Énoncés

Exercice 1

Calculer la mesure de l'angle $\widehat{BAC}$ de chacun des triangles ABC suivants :

a] $\widehat{ABC}=72°$ et $\widehat{ACB}=33°$.

b] ABC est équilatéral.

c] ABC est rectangle en B avec $\widehat{ACB}=51°$.

d] ABC est isocèle en C avec $\widehat{ACB}=28°$.

Exercice 2

En justifiant, répondre par vrai ou faux.

a] Un triangle ne peut avoir qu'un seul angle obtus.

b] Un triangle peut avoir deux angles droits.

c] Un triangle équilatéral peut être rectangle.

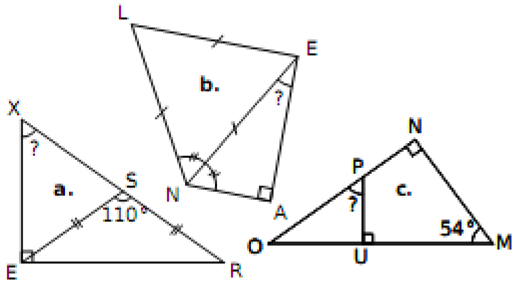
d] Un triangle rectangle peut être isocèle.

Exercice 3

Dessiner deux triangles isocèles non superposables ayant un angle égal à 80°.

Exercice 4

Calculer chaque mesure manquante.



Exercice 5

En s'appuyant sur un schéma, déterminer une propriété relative aux angles d'un quadrilatère quelconque.

Exercice 6

Compléter les phrases suivantes sans justifier :

a] Si deux angles d'un triangle mesurent chacun 60°alors ce triangle est ... .

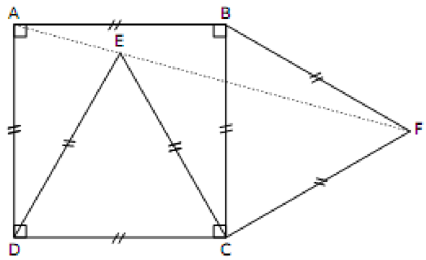
b] Si deux angles d'un triangle mesurent chacun 100° alors ce triangle est …

c] Si deux angles d'un triangle mesurent chacun 45° alors ce triangle est …

d] Si deux des angles d'un triangle mesurent 150° et 20° alors ce triangle est ... .

e] Si deux des angles d'un triangle mesurent 98°et 41° alors ce triangle est ... .

Exercice 7



On considère la figure ci-contre :

a] Calculer la mesure de l'angle $\widehat{ADE}$ puis de $\widehat{AED}$.

b] Calculer la mesure de l'angle $\widehat{ECF}$ puis de $\widehat{CEF}$.

c] Que peut-on en déduire concernant la position des points *A*, *E* et *F* ?

Exercice 8

Martinien veut construire un triangle *FOU* dont il connaît les longueurs *OU* et *FU*.
Parmi les longueurs proposées pour le côté [*OF*], entourer la ou les mesures possibles.

	OU	*FU*	*OF*		
a]	15	7	5	9	10
b]	11	9	1	14	21
c]	9,4	4,6	4,8	13	14,01
d]	7,6	3,5	4,11	11,01	12
e]	2005	2006	707	5005	π

Exercice 9

Tracer deux triangles non superposables *NOR* et *SUD*, isocèles respectivement en *N* et en S, de même périmètre 10,5 cm et ayant chacun au moins un côté de longueur 2,5cm.

Justifier brièvement.

Exercice 10

Soit *ARN* un triangle tel que *AR* = 14 cm et *RN* = 5 cm. Quelles sont les mesures entières possibles pour le segment [*AN*] ?

Exercice 11

Tracer chacun des triangles suivants :

a] *HTU* tel que : *HT* = 5 cm, *HU* = 2 cm et $\widehat{THU}=100°$.

b] *LMN* tel que : *LM* = 6 cm, *MN* = 10 cm et $\widehat{NLM}=49°$.

c] *GKO* tel que : *GK* = 5,5 cm, $\widehat{GKO}=45°$ et $\widehat{KGO}=35°$.

d] *PRS* tel que : $\widehat{PSR}=124°$, $\widehat{SPR}=18°$ et *SR* = 5,5 cm.

Exercice 12

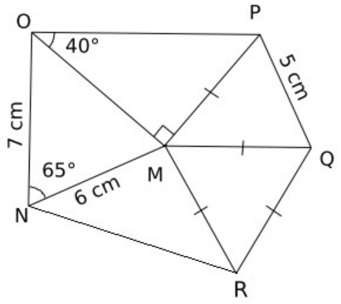
Construire un triangle équilatéral *ABC* de côté 4 cm.

a] Compléter la figure en construisant le triangle *ABD* isocèle en *D* tel que $\widehat{CAD}=105°$.

b] Quelles sont les mesures des angles du triangle *ABD* ? Justifier. Que dire alors du triangle *ABD* ?

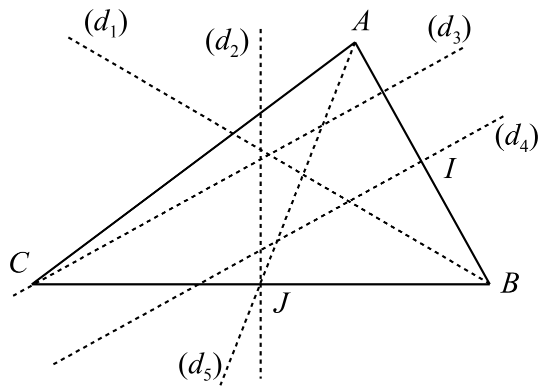
Exercice 13

Reproduire cette figure en vraie grandeur.



Exercice 14

Compléter les phrases suivantes sachant que le dessin ci-contre n'est pas codé :



a] .... est la bissectrice de l'angle ….......

b] .... est la médiatrice du segment [AB].

c] .... est la médiane issue de ....

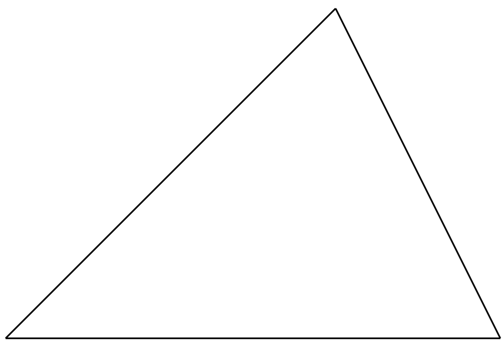
d] .... est la hauteur relative au côté ….......

e] .... est la médiatrice du segment [BC].

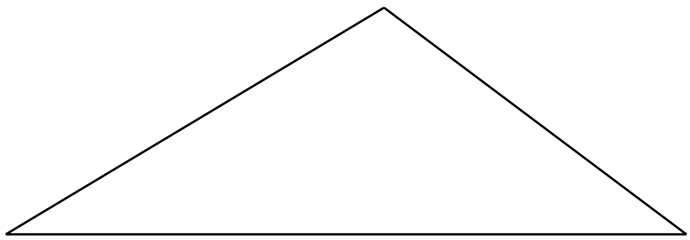
Exercice 15

Tracer le cercle circonscrit à chacun des triangles suivants :

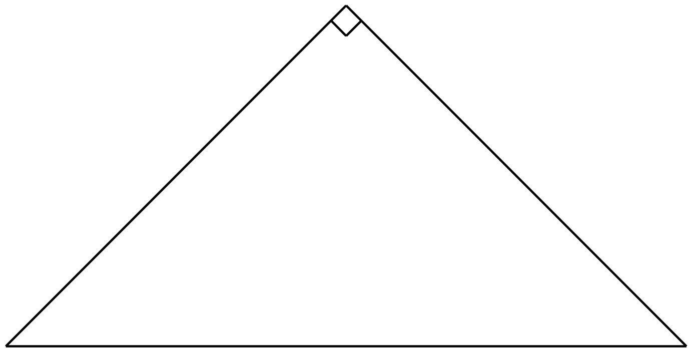
a]



b]



c]



Exercice 16

Tracer les figures suivantes.

a] Rectangle *ABCD* avec *CD*=6,3cm et $\widehat{BAC}=28°$.

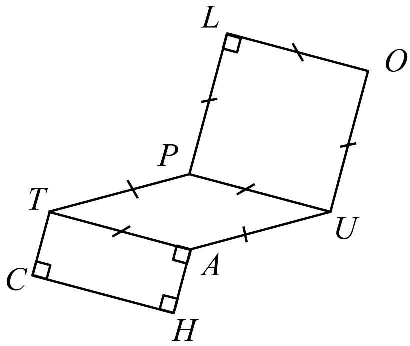
b] Losange *EFGH* avec *EG*=6cm et $\widehat{FEG}=40°$.

c] Rectangle *IJKL* de centre *O* avec *IK*=7cm et $\widehat{JOK}=36°$.

d] Carré *MNPQ* de diagonale 5,2cm.

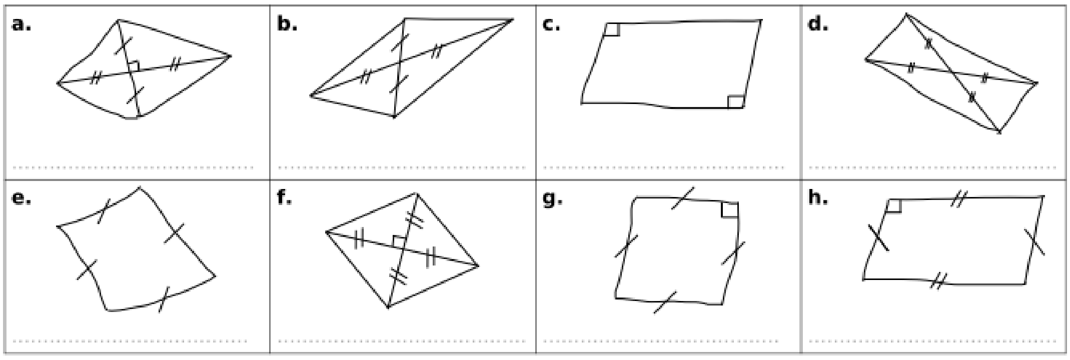
Exercice 17

Reproduire cette figure en vraie grandeur, sachant que *TC*=2,5cm ; *CH*=3,3cm et *HU*=5,5cm.



Exercice 18

À l'aide du codage, déterminer la nature des quadrilatères suivants :



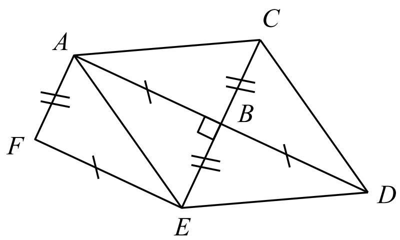
Exercice 19

Soit *MNOP* un quadrilatère dont les diagonales se coupent en *R*. On donne : *MN*=*OP*, (*MN*)//(*OP*) et (*MO*)⊥(*NP*).

Déterminer la nature exacte de *MNOP*.

Exercice 20

Déterminer la nature des quadrilatères *ABEF* et *ACDE*.



Corrigés

Exercice 1

a] Comme la somme des mesures des angles de *BAC* vaut 180° alors $\widehat{BAC}$ mesure 180 – 72 – 33 = **75°**.

b] Comme les angles de *ABC* ont la même mesure alors $\widehat{BAC}$ mesure $\frac{180}{3}=\mathbf{60°}$.

c] Comme la somme des mesures des angles de *BAC* vaut 180° alors $\widehat{BAC}$ mesure 180 – 90 – 51 = **39°**.

d] Comme les angles $\widehat{BAC}$ et $\widehat{BAC}$ ont le même mesure alors chacun d'eux mesure $\frac{180-28}{2}=\mathbf{76°}$.

Exercice 2

a] **Vrai.** Si un triangle a un angle obtus, alors la somme des angles restants vaut moins de 90°.
On ne peut donc pas avoir un autre angle obtus.

b] **Faux**. Si un triangle pouvait avoir deux angles droits alors le troisième angle aurait une mesure nulle.

c] **Faux**. Les angles d'un triangle équilatéral mesurent chacun 60°.

d] **Vrai**. Un triangle rectangle isocèle s'obtient en coupant un carré suivant une diagonale.

Exercice 3

Les deux triangles à dessiner ont, pour l'un, des angles égaux à **80°, 80° et 20°**, et, pour l'autre, des angles égaux à **80°, 50° et 50°**.

Exercice 4

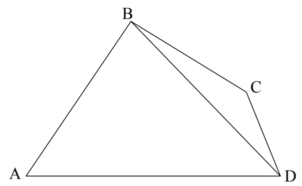
Angle $\widehat{EXR}$:
Comme la somme des angles du triangle *SER* vaut 180° alors $\widehat{SER}+\widehat{SRE}=180-110$ soit 70°.
Comme le triangle *ERS* est isocèle en *S* alors $\widehat{SER}=\widehat{SRE}$ donc $\widehat{SRE}$ mesure $\frac{70}{2}=35°$.
Comme la somme des angles du triangle *XER* vaut 180° alors $\widehat{EXR}=180-90-35$. Donc $\mathbf{\widehat{EXR}=55°}$.

Angle $\widehat{NEA}$:
Comme le triangle *NLE* est équilatéral alors $\widehat{LNE}=60°$.
Comme $\widehat{ENL}=\widehat{ENA}$ alors $\widehat{ENA}=60°$.
Comme la somme des angles du triangle *AEN* vaut 180° alors $\widehat{AEN}=180-90-60$. Donc $\mathbf{\widehat{AEN}=30°}$.

Angle $\widehat{OPU}$:
Comme la somme des angles du triangle *MON* vaut 180° alors $\widehat{MON}=180-90-54$. Donc $\widehat{MON}=36°$.
Comme la somme des angles du triangle *OPU* vaut 180° alors $\widehat{OPU}=180-90-36$. Donc $\mathbf{\widehat{OPU}=54°}$.

Exercice 5

On considère le quadrilatère quelconque *ABCD* ci-contre.



Comme la somme des angles du quadrilatère *ABCD* est la somme des angles des triangles *ABD* et *BCD* alors la somme des mesures des angles de *ABCD*, donc d'un quadrilatère quelconque, vaut 180 + 180 = **360°**.

Exercice 6

a] Si deux angles d'un triangle mesurent chacun 60°alors ce triangle est **équilatéral**.
b] Si deux angles d'un triangle mesurent chacun 100° alors ce triangle est **impossible** !
c] Si deux angles d'un triangle mesurent chacun 45° alors ce triangle est **isocèle** et **rectangle**.
d] Si deux des angles d'un triangle mesurent 150° et 20° alors ce triangle est **quelconque**.
e] Si deux des angles d'un triangle mesurent 98°et 41° alors ce triangle est **isocèle**.

Exercice 7

a] Comme EDC est un triangle équilatéral alors $\widehat{EDC}=60°$.
Comme $\widehat{ADC}$ est un angle droit alors $\widehat{ADE}=90-60$ d'où $\boldsymbol{\widehat{ADE}=30°}$.

Comme la somme des angles du triangle ADE vaut 180° alors $\widehat{AED}+\widehat{EAD}$ vaut 180 – 30 = 150°.
Comme ADE est un triangle isocèle en D alors $\widehat{EAD}=\widehat{AED}$ d'où $\widehat{AED}=\frac{150}{2}$. Donc $\boldsymbol{\widehat{AED}=75°}$.

b] De la même façon qu'en **a]** On montre que $\widehat{BCE}=30°$.
Comme BCF est un triangle équilatéral alors $\widehat{BCF}=60°$. On en déduit que $\widehat{ECF}=60+30$ soit $\boldsymbol{\widehat{ECF}=90°}$.

Comme ECF est un triangle isocèle rectangle en C alors $\boldsymbol{\widehat{CEF}=45°}$.

c] Comme EDC est un triangle équilatéral alors $\widehat{DEC}=60°$.
Comme on a $\widehat{AEF}=\widehat{AED}+\widehat{DEC}+\widehat{CEF}$ alors $\widehat{AEF}=75+60+45$ donc $\widehat{AEF}=180°$.
Comme $\widehat{AEF}$ est un angle plat alors **les points *A*, *E* et *F* sont alignés**.

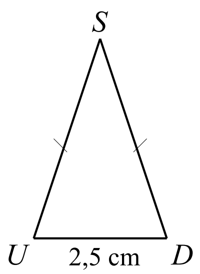
Exercice 8

	OU	*FU*	*OF*		
a]	15	7		**9**	**10**
b]	11	9		**14**	
c]	9,4	4,6		**13**	
d]	7,6	3,5	**4,11**	**11,01**	
e]	2005	2006	**707**		**π**

Exercice 9

Considérons que NOR, isocèle en N, possède deux côtés mesurant 2,5 cm.
Comme on a $NO = NR$ alors OR mesure 10,5 – 2,5 – 2,5 = 5,5 cm.
Comme $NO + NR = 5$ cm alors $NO + NR < OR$ donc ***NOR* n'existe pas**.

Considérons le triangle SUD isocèle en S, avec $[UD]$ qui mesure 2,5 cm.
On a $SU + SD + UD = 10,5$ cm avec $UD = 2,5$ cm et $SU = SD$.
D'où $SU + SU = 10,5 – 2,5$
Donc $2SU = 8$
Par conséquent ***SU* et *SD* mesurent 4 cm**.



Exercice 10

Pour que ARN vérifie l'inégalité triangulaire il faut que la longueur de chaque côté soit inférieure à la somme des longueurs des autres côtés. On doit donc avoir $AN < AR + RN$ donc $\boldsymbol{AN < 19}$**cm**.

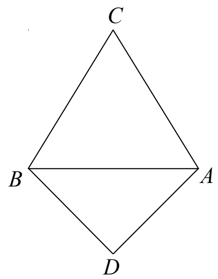
De plus $AR < RN + AN$ c'est-à-dire $14 < 5 + AN$ soit $\boldsymbol{AN > 9}$**cm**.

Le segment $[AN]$ peut donc avoir pour mesure entière tous les entiers **de 10 à 18cm**.

Exercice 11

a] Pour tracer *HTU* on peut commencer par tracer *HT* = 5cm, puis $\widehat{THU}=100°$ et enfin *HU* = 2cm.
b] Pour tracer *LMN* on commence par tracer *LM* = 6cm, puis $\widehat{NLM}=49°$ et enfin *MN* = 10cm.
c] Pour tracer *GKO* on commence par tracer *GK* = 5,5 cm, puis $\widehat{GKO}=45°$ et enfin $\widehat{KGO}=35°$.
d] Pour tracer *PRS* on commence par tracer *SR* = 5,5 cm, puis $\widehat{PSR}=124°$, et enfin $\widehat{SPR}=18°$.

Exercice 12



a] Pour construire *ABD* on utilise le fait que :
Comme *ABC* est équilatéral alors $\widehat{CAB}=60°$ d'où $\widehat{BAD}=45°$.
Comme *BAD* est isocèle en *D* alors $\widehat{ABD}=\widehat{BAD}$.

b] On a montré en **a]** que $\boldsymbol{\widehat{ABD}=45°}$. De même $\boldsymbol{\widehat{BAD}=45°}$.
Comme la somme des angles du triangle *ADB* vaut 180° alors $\boldsymbol{\widehat{ADB}}$ mesure 180 – 45 – 45 = **90°**.
Par conséquent, le triangle *ABD* est **isocèle et rectangle en *D***.

Exercice 13

On commence par tracer le triangle *MON*, puis *MOP*, puis *MPQ*, puis *MRQ* et enfin *MNR*.

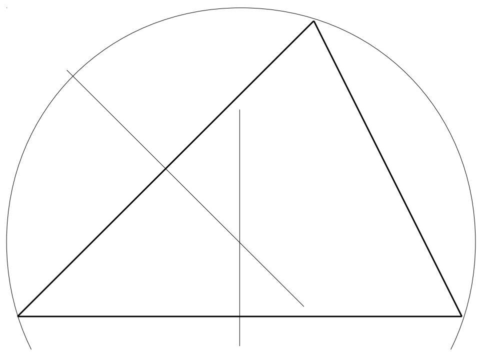
Exercice 14

a] (d_1) est la bissectrice de l'angle $\boldsymbol{\widehat{ABC}}$.
b] (d_4) est la médiatrice du segment [*AB*].
c] (d_5) est la médiane issue de ***A***.
d] (d_3) est la hauteur relative au côté **[*AB*]**.
e] (d_2) est la médiatrice du segment [*BC*].

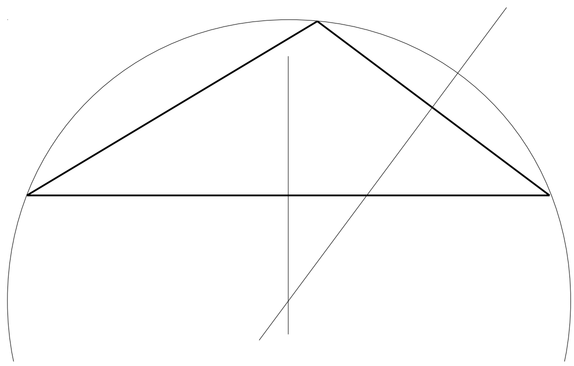
Exercice 15

Pour trouver le centre des cercles circonscrits à chacun des triangles, on trace les médiatrices des côtés, sauf pour le triangle rectangle, où le centre du cercle circonscrit est le milieu de l'hypoténuse.

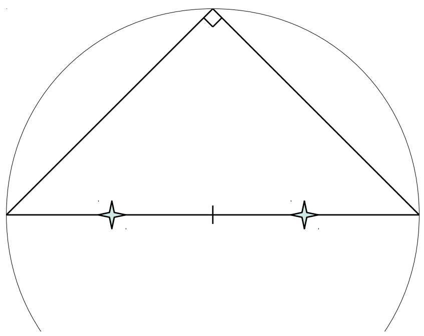
a]



b]

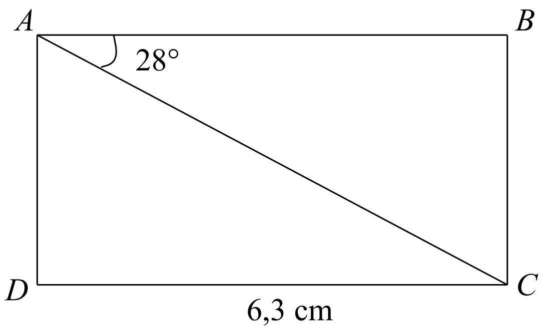


c]

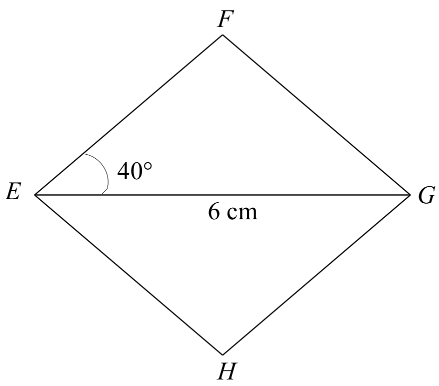


Exercice 16

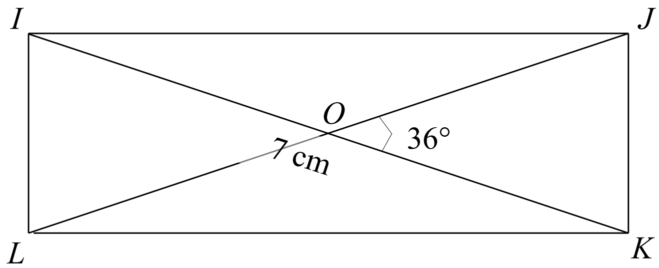
a]



b]



c]



d] Pour construire le carré *MNPQ* de diagonale 5,2cm, on se sert de la propriété du carré suivant laquelle les diagonales se coupent perpendiculairement en leur milieu.

Exercice 17

On commence par tracer le rectangle *CHAT*, suivi du triangle *HAU*, puis le losange *TAUP* et enfin le carré *PLOU*.

Exercice 18

a] Comme le quadrilatère a des diagonales qui se coupent en leur milieu alors c'est un parallélogramme.
Comme les diagonales du parallélogramme sont perpendiculaires alors c'est un **losange**.

b] Comme les diagonales du quadrilatère se coupent en leur milieu alors c'est un **parallélogramme**.

c] Aucun signe particulier.

d] Comme le quadrilatère a des diagonales qui se coupent en leur milieu alors c'est un parallélogramme.
Comme les diagonales du parallélogramme ont la même longueur alors c'est un **rectangle**.

e] Comme tous les côtés du quadrilatère ont la même longueur alors c'est un **losange**.

f] Comme le quadrilatère a des diagonales qui se coupent en leur milieu alors c'est un parallélogramme.
Comme les diagonales du parallélogramme ont la même longueur alors c'est un rectangle.
Comme les diagonales du parallélogramme sont perpendiculaires alors c'est un losange.
Comme le quadrilatère est un losange et un rectangle alors c'est un **carré**.

g] Comme tous les côtés du quadrilatère ont la même longueur alors c'est un losange.
Comme le losange a un angle droit, alors c'est un **carré**.

h] Comme le quadrilatère a ses côtés opposés deux à deux de même longueur, alors c'est un parallélogramme.
Comme le parallélogramme a un angle droit, alors c'est un **rectangle**.

Exercice 19

Comme *MNOP* a deux côtés opposés parallèles et de même longueur, alors c'est un parallélogramme.

Comme les diagonales (MO) et (NP) du parallélogramme *MNOP* sont perpendiculaires, alors ***MNOP*** **un losange**.

Exercice 20

Comme le quadrilatère *ABEF* a ses côtés opposés deux à deux de même longueur, alors c'est un parallélogramme.
Comme le parallélogramme *ABEF* a un angle droit, alors ***ABEF*** **est un rectangle**.

Comme les diagonales du quadrilatère *ACDE* se coupent en leur milieu alors c'est un parallélogramme.
Comme les diagonales du parallélogramme *ACDE* sont perpendiculaires alors ***ACDE*** **est un losange**.