

Exercices de 5^{ème} – Chapitre 6 – Le calcul littéral

Énoncés

Exercice 1

Simplifier l'écriture des expressions suivantes :

a] $a \times 6 + 1 \times e$

c] $5 \times (9 + c \times c)$

b] $b \times 4 \times f$

d] $2 \times d \times 2 \times d \times 2 \times d \times 2$

Exercice 2

Simplifier au maximum l'écriture des expressions suivantes :

a] $2a + 0 \times b - 4 + a$

c] $-c^2 + 8 - 6c \times c - 1 + c \times 2c \times c$

b] $3a \times b - 5a + 7ab$

d] $d + d \times d + d$

Exercice 3

On pose $x = 2$ et $y = 5$.

a] Calculer la valeur de $A = 3x - 4y + 5$

b] Calculer la valeur de $B = 10 - x(9y - x)$

Exercice 4

On définit les expressions suivantes : $A = x - 3y + 7$ $B = 8 + x(14y - 3x)$

a] Exprimer A en fonction de x lorsque $x = y$.

b] Exprimer B en fonction de y lorsque $x = 2y$.

Exercice 5

Soit n un nombre entier. Exprimer en fonction de n :

a] la moitié de n

c] le nombre entier précédent n

b] le nombre entier suivant n

d] le double du tiers de n

Exercice 6

Relier chaque phrase de gauche à l'expression littérale correspondante de droite.

la somme de 7 et de la différence entre y et 3	•	•	$7 \times (y - 3)$
le produit de 7 par la somme de y et de 3	•	•	$7 \times y + 3$
le produit de 7 par la différence entre y et 3	•	•	$y + 7 \times 3$
la différence entre le produit de 7 par y et 3	•	•	$7 + y - 3$
la somme de y et du produit de 3 par 7	•	•	$(7 - y) \times 3$
la somme du produit de 7 par y et de 3	•	•	$7 - (y + 3)$
la différence entre 7 et la somme de y et de 3	•	•	$7 \times (y + 3)$
le produit de la différence entre 7 et y par 3	•	•	$7 \times y - 3$

Exercices de 5^{ème} – Chapitre 6 – Le calcul littéral

Exercice 7

Exprimer sous forme littérale simplifiée la somme du périmètre d'un triangle équilatéral de côté x et du périmètre d'un rectangle de longueur x et de largeur y .

Exercice 8

Développer et réduire les expressions suivantes :

$$A = 5 \times (a + 9)$$

$$C = 4(b - 3) + 9$$

$$B = 7 \times (6 - b)$$

$$D = (d - 2g + 3c) \times 10$$

Exercice 9

Factoriser au maximum les expressions suivantes :

$$E = 12 + 6a$$

$$G = 18ac - 14ab$$

$$I = 60x^2y - 15xy^2$$

$$F = 21 - 7g$$

$$H = 3x + 3x^2$$

$$J = 24ab - 12a + 18a^3$$

Exercice 10

On considère le programme de calcul suivant :

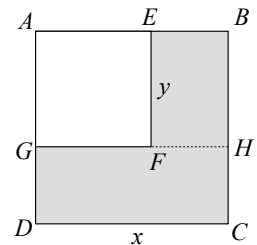
- Choisir un nombre.
- Augmenter le nombre de 5.
- Multiplier le résultat par 4.
- Ôter le quadruple du nombre de départ.
- Ôter 10 et annoncer le résultat.

- a] Tester ce programme avec le nombre 5.
 - b] Tester ce programme avec le nombre de son choix.
 - c] Quelle conjecture peut-on faire ?
2. Démontrer la conjecture du 1.c] à l'aide d'un nombre que l'on notera x .

Exercice 11

Sur la figure ci-contre, $ABCD$ et $AEFG$ sont des carrés.

- a] Exprimer en fonction de x et y l'aire du rectangle $EBHF$.
 - b] Exprimer en fonction de x et y l'aire du rectangle $GHCD$.
 - c] En déduire une expression littérale simplifiée de l'aire grisée.
2. Comment aurait-on pu directement obtenir l'expression littérale de l'aire grisée ?



Exercice 12

On considère l'égalité $5x = 2x + 15y$

- a] L'égalité est-elle vérifiée pour $x=4$ et $y=0$?
- b] L'égalité est-elle vérifiée pour $x=5$ et $y=1$?

Exercice 13

On considère l'égalité $2x^2 = 6x$

1. L'égalité est-elle vérifiée pour $x=3$?
2. L'égalité est-elle vérifiée une autre valeur de x ?

Exercice 14

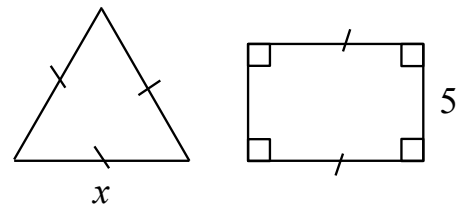
Sans justifier, compléter le tableau avec Vrai ou Faux selon que les inégalités sont ou non vérifiées pour les valeurs de x proposées.

	$5x < 10$	$3x^2 \leq 8x + 3$
$x = 1$		
$x = 2$		
$x = 3$		

Exercice 15

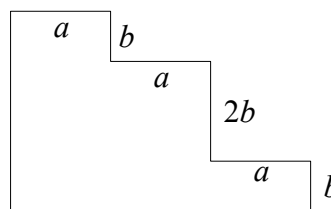
On considère le triangle équilatéral et le rectangle ci-contre.

1. Exprimer en fonction de x les périmètres du triangle et du rectangle.
2. Écrire l'expression mathématique qui traduit la phrase :
« Le périmètre du triangle est strictement inférieur au périmètre du rectangle ».
3. Pour $x = 9$, l'inégalité précédente est-elle vraie ?



Exercice 16

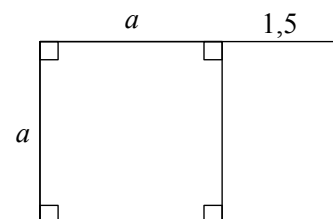
Sur la figure ci-contre, tous les angles sont droits.
Exprimer le périmètre de cette figure en fonction de a et b .



Exercice 17

Sur la figure ci-contre, indiquer à quoi correspondent les expressions suivantes :

- a] $a^2 + 1,5a$
- b] $4a + 3$
- c] $2(1,5 + 2a)$
- d] $a(1,5 + a)$



Exercice 18

Une BD est vendue x euros, un CD est vendu 2 euros de plus qu'une BD et un DVD coûte 2 euros de plus qu'un CD

1. Écrire en fonction de x le prix d'un CD.
2. Écrire en fonction de x le prix d'un DVD.
3. Carline achète 4 CD, écrire en fonction de x le montant de ses achats.
4. Danaé achète 2 BD et 2 DVD, écrire en fonction de x le montant de ses achats.
5. Montrer que Carline et Danaé ont dépensé la même somme.

Exercice 19

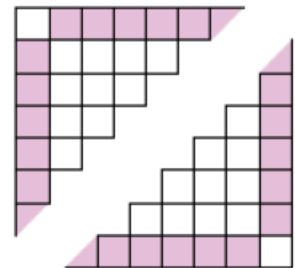
Un groupe de 12 personnes souhaite assister à un spectacle.
 Les places au tarif réduit coûtent 8€ et les places plein tarif coûtent 15€
 On désigne par x le nombre de personnes bénéficiant du tarif réduit.

1. Écrire en fonction de x le nombre de personnes qui devront payer le plein tarif
2. Écrire en fonction de x le montant total des places à 8€
3. Écrire en fonction de x le montant total des places à 15€
4. En déduire en fonction de x le montant total, en écriture développée, payé par le groupe.

Exercice 20

On a représenté ci-contre deux parties d'un carré.
 Le carré est constitué de petites cases carrées ayant pour côté un carreau.
 Celles qui se trouvent sur les bords sont coloriées, sauf les quatre coins.

1. **a]** Réaliser une figure de 3 carreaux de côté. Indiquer la fraction de carré coloriée.
b] Recommencer avec un carré de 4 carreaux de côté.
c] Recommencer avec un carré de 5 carreaux de côté.
2. Déterminer la fraction de carré coloriée pour un carré de 20 carreaux de côté.
3. Déterminer le nombre de cases coloriées pour un carré de n carreaux de côté.



Corrigés

Exercice 1

a) $a \times 6 + 1 \times e = 6a + e$
 b) $b \times 4 \times f = 4bf$

c) $5 \times (9 + c \times c) = 5(9 + c^2)$
 d) $2 \times d \times 2 \times d \times 2 \times d \times 2 = 16d^3$

Exercice 2

a) $2a + 0 \times b - 4 + a = 3a - 4$
 b) $3a \times b - 5a + 7ab = 10ab - 5a$

c) $-c^2 + 8 - 6c \times c - 1 + c \times 2c \times c = 2c^3 - 7c^2 + 7$
 d) $d + d \times d + d = d^2 + 2d$

Exercice 3

a) On a $A = 3 \times 2 - 4 \times 5 + 5$ donc $A = -9$
 b) On a $B = 10 - 2 \times (9 \times 5 - 2)$ donc $B = 10 - 2 \times 43$ d'où $B = -76$

Exercice 4

a) Lorsque $x = y$ on a $A = x - 3x + 7$ donc $A = -2x + 7$
 b) Lorsque $x = 2y$ on a $B = 8 + 2y (14y - 3 \times 2y)$ donc $B = 8 + 2y \times 8y$ d'où $B = 16y^2 + 8$

Exercice 5

a) La moitié de n est $\frac{n}{2}$
 b) Le nombre entier suivant n est $n + 1$
 c) Le nombre entier précédent n est $n - 1$
 d) Le double du tiers de n est $\frac{2n}{3}$

Exercice 6

la somme de 7 et de la différence entre y et 3		$7 \times (y - 3)$
le produit de 7 par la somme de y et de 3		$7 \times y + 3$
le produit de 7 par la différence entre y et 3		$y + 7 \times 3$
la différence entre le produit de 7 par y et 3		$7 + y - 3$
la somme de y et du produit de 3 par 7		$(7 - y) \times 3$
la somme du produit de 7 par y et de 3		$7 - (y + 3)$
la différence entre 7 et la somme de y et de 3		$7 \times (y + 3)$
le produit de la différence entre 7 et y par 3		$7 \times y - 3$

Exercice 7

Le périmètre d'un triangle équilatéral de côté x vaut $x + x + x = 3x$.
 Le périmètre d'un rectangle de longueur x et de largeur y vaut $x + y + x + y = 2x + 2y$.
 La somme de ces deux périmètres vaut $3x + 2x + 2y = 5x + 2y$.

Exercice 8

$A = 5a + 45$
 $B = 42 - 7b$

$C = 4b - 12 + 9$ donc $C = 4b - 3$
 $D = 10d - 20g + 30c$

Exercice 9

$$E = 6(2 + a)$$

$$F = 7(3 - g)$$

$$G = 2a(9c - 7b)$$

$$H = 3x(1 + x)$$

$$I = 15xy(4x - y)$$

$$J = 6a(4b - 2 + 3a^2)$$

Exercice 10

- Avec le nombre 5, le programme donne 10, puis 40, puis 20 et enfin **10**.
 - Avec le nombre 6, le programme donne 11, puis 44, puis 20 et enfin **10**.
 - On conjecture le fait que le résultat du programme sera toujours 10.
- Avec le nombre x , le programme donne $x + 5$, puis $4(x + 5) = 4x + 20$, puis $4x + 20 - 4x = 20$ et enfin $20 - 10 = 10$.

Exercice 11

- On a $EB = x - y$ et $EF = y$ donc l'aire du rectangle $EBHF$ vaut $EB \times EF = y(x - y)$.
 - On a $HC = x - y$ et $CD = x$ donc l'aire du rectangle $GHCD$ vaut $CD \times HC = x(x - y)$.
 - L'aire grisée vaut $y(x - y) + x(x - y)$ soit $yx - y^2 + x^2 - xy = x^2 - y^2$.
- L'aire grisée est la différence entre l'aire du carré $ABCD$ et l'aire de $AEFG$, soit effectivement $x^2 - y^2$.

Exercice 12

- Pour $x=4$ et $y=0$ on a : $5x = 5 \times 4 = 20$ et $2x + 15y = 2 \times 4 + 15 \times 0 = 8$
Pour $x=4$ et $y=0$ l'égalité $5x = 2x + 15y$ **n'est pas vérifiée**.
- Pour $x=5$ et $y=1$ on a : $5x = 5 \times 5 = 25$ et $2x + 15y = 2 \times 5 + 15 \times 1 = 25$
Pour $x=5$ et $y=1$ l'égalité $5x = 2x + 15y$ **est vérifiée**.

Exercice 13

- Pour $x=3$ on a : $2x^2 = 2 \times 3^2 = 18$ et $6x = 6 \times 3 = 18$
Pour $x=3$ l'égalité $2x^2 = 6x$ **est vérifiée**.
- L'égalité est également vérifiée pour $x=0$ qui annule les deux membres de l'égalité.

Exercice 14

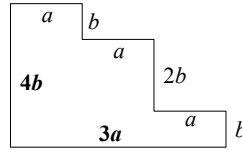
	$5x < 10$	$3x^2 \leq 8x + 3$
$x = 1$	Vrai	Vrai
$x = 2$	Faux	Vrai
$x = 3$	Faux	Vrai

Exercice 15

- Le périmètre du triangle vaut $x + x + x = 3x$ et celui du rectangle vaut $x + 5 + x + 5 = 2x + 10$.
- La phrase se traduit par $3x < 2x + 10$.
- Pour $x = 9$ on a $3x = 3 \times 9 = 27$ et $2x + 10 = 2 \times 9 + 10 = 28$
Comme $27 < 28$ alors pour $x = 9$ l'inégalité $3x < 2x + 10$ **est vraie**.

Exercice 16

Commençons par compléter la figure.



Le périmètre de cette figure est :

$$a + b + a + 2b + a + b + 3a + 4b = 6a + 8b$$

Exercice 17

- a) $a^2 + 1,5a$ correspond à l'aire de la figure.
- b) $4a + 3$ correspond au périmètre de la figure.
- c) $2(1,5 + 2a)$ correspond au périmètre de la figure.
- d) $a(1,5 + a)$ correspond à l'aire de la figure.

Exercice 18

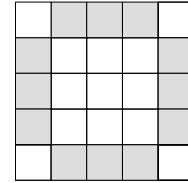
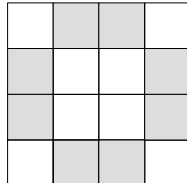
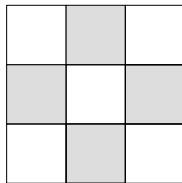
1. Le prix d'un CD est $x + 2$ euros.
2. Le prix d'un DVD est $x + 2 + 2 = x + 4$ euros.
3. Le montant des achats de Carline est $4(x + 2)$ euros.
4. Le montant des achats de Danaé est $2x + 2(x + 4)$ euros.
5. On a $4(x + 2) = 4x + 8$ d'une part et $2x + 2(x + 4) = 2x + 2x + 8$ donc $2x + 2(x + 4) = 4x + 8$ d'autre part. Carline et Danaé ont donc dépensé **la même somme**.

Exercice 19

1. Le nombre de personnes qui paieront le plein tarif est $12 - x$.
2. Le montant total des places à 8€ est $8x$ €.
3. Le montant total des places à 15€ est $15(12 - x)$ €.
4. On a $8x + 15(12 - x) = 8x + 180 - 15x = 180 - 7x$
Le montant total payé par le groupe est $(180 - 7x)$ €.

Exercice 20

1. a) $\frac{4}{9}$ du carré est colorié b) $\frac{8}{16} = \frac{1}{2}$ du carré est colorié c) $\frac{12}{25}$ du carré est colorié



2. Un carré de 20 carreaux de côté contiendra $20^2 = 400$ cases dont $4 \times (20 - 2) = 72$ cases coloriées.
Par conséquent $\frac{72}{400} = \frac{9}{50}$ du carré de 20 carreaux de côté est colorié.
3. Un carré de n carreaux de côté contiendra n^2 cases dont $4 \times (n - 2) = 4n - 8$ cases coloriées.
Par conséquent $\frac{4n - 8}{n^2}$ du carré de n carreaux de côté est colorié.