Énoncés

Exercice 1

1. Répondre en justifiant.

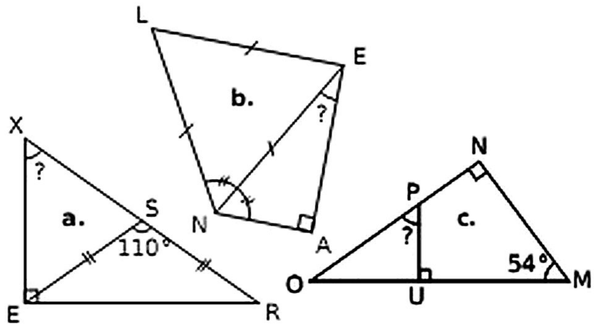
- **a]** Un triangle peut-il avoir deux angles obtus ?
- **b]** Un triangle équilatéral peut-il être rectangle ?
- **c]** Un triangle rectangle peut-il être isocèle ?

2. Compléter les phrases suivantes sans justifier :

- **a]** Si deux angles d'un triangle mesurent chacun 60°alors ce triangle est …
- **b]** Si deux angles d'un triangle mesurent chacun 100° alors ce triangle est …
- **c]** Si deux angles d'un triangle mesurent chacun 45° alors ce triangle est …
- **d]** Si deux des angles d'un triangle mesurent 150° et 20° alors ce triangle est …
- **e]** Si deux des angles d'un triangle mesurent 98°et 41° alors ce triangle est …

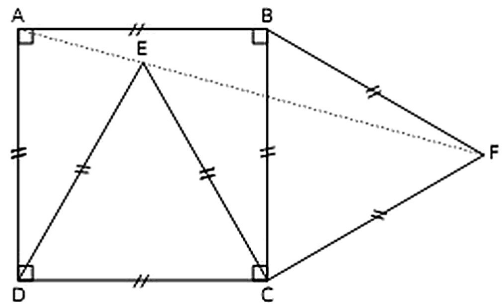
Exercice 2

Sur chaque figure, calculer la mesure demandée.



Exercice 3

On considère la figure ci-contre.

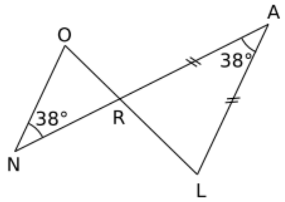


1. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{ADE}$ puis de $\widehat{AED}$.

2. Calculer la mesure de l'angle $\widehat{ECF}$ puis de $\widehat{CEF}$.

3. Que peut-on en déduire concernant la position des points *A*, *E* et *F* ?

Exercice 4



On considère la figure ci-contre.

1. Démontrer que (*NO*) et (*LA*) sont parallèles.

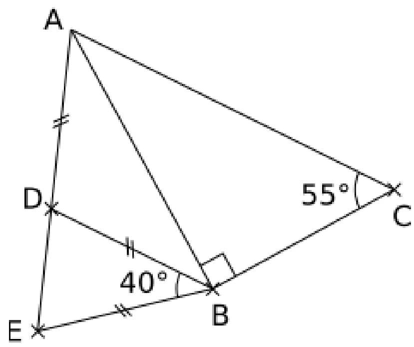
2. Démontrer que les angles $\widehat{ALR}$ et $\widehat{NOR}$ ont la même mesure que l'on calculera.

3. En déduire la nature du triangle *NOR*.

Exercice 5

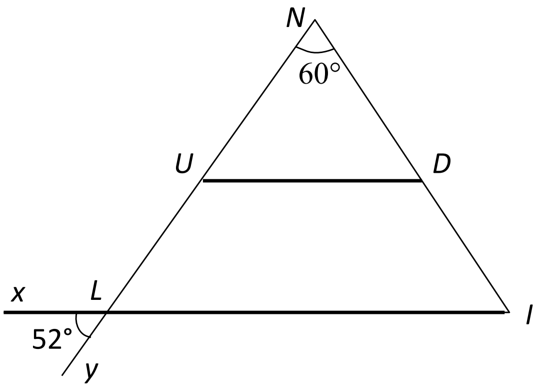
On considère le dessin ci-contre.

Les droites (*AC*) et (*DB*) sont-elles forcément parallèles ?



Exercice 6

Sachant que les droites (*DU*) et (*IL*) sont parallèles, calculer la mesure de chacun des angles du quadrilatère *LUDI* en justifiant.



Corrigés

Exercice 1

1. **a]** Si un triangle a un angle plus grand que 90°, alors la somme des angles restants vaut moins de 90°.
Il ne peut donc pas avoir deux angles obtus.

b] Les angles d'un triangle équilatéral mesurent chacun 60°.
Un triangle équilatéral ne peut donc pas être rectangle.

c] En coupant un carré suivant une diagonale, **on obtient un triangle rectangle isocèle**.

2. **a]** Si deux angles d'un triangle mesurent chacun 60°alors ce triangle est **équilatéral**.

b] Si deux angles d'un triangle mesurent chacun 100° alors ce triangle est **impossible** !

c] Si deux angles d'un triangle mesurent chacun 45° alors ce triangle est **isocèle** et **rectangle**.

d] Si deux des angles d'un triangle mesurent 150° et 20° alors ce triangle est **quelconque**.

e] Si deux des angles d'un triangle mesurent 98°et 41° alors ce triangle est **isocèle**.

Exercice 2

Angle $\widehat{EXR}$:

Comme la somme des angles du triangle *SER* vaut 180° alors $\widehat{SER}+\widehat{SRE}=180-110$ soit 70°.

Comme le triangle *ERS* est isocèle en *S* alors $\widehat{SER}=\widehat{SRE}$ donc $\widehat{SRE}$ mesure $\frac{70}{2}=35°$.

Comme la somme des angles du triangle *XER* vaut 180° alors $\widehat{EXR}=180-90-35$. Donc $\boldsymbol{\widehat{EXR}=55°}$.

Angle $\widehat{NEA}$:

Comme le triangle *NLE* est équilatéral alors $\widehat{LNE}=60°$.
Comme $\widehat{ENL}=\widehat{ENA}$ alors $\widehat{ENA}=60°$.
Comme la somme des angles du triangle *AEN* vaut 180° alors $\widehat{AEN}=180-90-60$. Donc $\boldsymbol{\widehat{AEN}=30°}$.

Angle $\widehat{OPU}$:

Comme la somme des angles du triangle *MON* vaut 180° alors $\widehat{MON}=180-90-54$. Donc $\widehat{MON}=36°$.
Comme la somme des angles du triangle *OPU* vaut 180° alors $\widehat{OPU}=180-90-36$. Donc $\boldsymbol{\widehat{OPU}=54°}$.

Exercice 3

1. Comme *EDC* est un triangle équilatéral alors $\widehat{EDC}=60°$.

Comme $\widehat{ADC}$ est un angle droit alors $\widehat{ADE}=90-60$ d'où $\boldsymbol{\widehat{ADE}=30°}$.

Comme la somme des angles du triangle *ADE* vaut 180° alors $\widehat{AED}+\widehat{EAD}$ vaut 180 – 30 = 150°.

Comme *ADE* est un triangle isocèle en *D* alors $\widehat{EAD}=\widehat{AED}$ d'où $\widehat{AED}=\frac{150}{2}$.

Donc $\boldsymbol{\widehat{AED}=75°}$.

2. De la même façon qu'en **1.** On montre que $\widehat{BCE} = 30\,°$.

Comme *BCF* est un triangle équilatéral alors $\widehat{BCF} = 60\,°$.

On en déduit que $\widehat{ECF} = 60 + 30$ soit $\boldsymbol{\widehat{ECF} = 90\,°}$.

Comme *ECF* est un triangle isocèle rectangle en *C* alors $\boldsymbol{\widehat{CEF} = 45\,°}$.

3. Comme *EDC* est un triangle équilatéral alors $\widehat{DEC} = 60\,°$.

Comme on a $\widehat{AEF} = \widehat{AED} + \widehat{DEC} + \widehat{CEF}$ alors $\widehat{AEF} = 75 + 60 + 45$ donc $\widehat{AEF} = 180\,°$.

Comme $\widehat{AEF}$ est un angle plat alors **les points *A*, *E* et *F* sont alignés**.

Exercice 4

1. Comme les angles alternes-internes $\widehat{ONA}$ et $\widehat{NAL}$ formés autour de la sécante (*AN*) sont égaux alors **(*NO*) et (*LA*) sont parallèles**.

2. Comme la somme des angles du triangle *ALR* est égale à 180° alors $\widehat{ARL} + \widehat{ALR}$ mesure 180 – 38 = 142°.

Comme *LAR* est isocèle en *A* alors $\widehat{ALR}$ mesure $\dfrac{142}{2} = 71\,°$.

Comme (*NO*) et (*LA*) sont parallèles alors les angles alternes internes $\widehat{ALR}$ et $\widehat{NOR}$ formés autour de la sécante (*OL*) sont égaux et on a $\boldsymbol{\widehat{NOR} = \widehat{ALR} = 71\,°}$.

3. Comme la somme des angles du triangle *NOR* est égale à 180° alors $\widehat{ORN}$ mesure 180 – 38 – 71 = 71°.
Comme $\widehat{NOR} = \widehat{ORN}$ alors le triangle ***NOR* est isocèle en *N***.

Exercice 5

Comme la somme des angles du triangle *BDE* est égale à 180° alors $\widehat{BDE} + \widehat{BED}$ mesure 180 – 40 = 140°.

Comme *BDE* est isocèle en *B* alors $\widehat{BDE}$ et $\widehat{BED}$ mesurent chacun $\dfrac{140}{2} = 70\,°$.

On en déduit que $\widehat{ADE}$ mesure 180 – 70 = 110°.

Comme *ADB* est isocèle en *D* alors $\widehat{DBA}$ mesure $\dfrac{180 - 110}{2} = 35\,°$.

Comme la somme des angles du triangle *ACB* est égale à 180° alors $\widehat{BAC}$ mesure 180 – 55 – 90 = 35°.

Les angles $\widehat{DBA}$ et $\widehat{BAC}$ sont alternes internes par la sécante (*AB*) aux droites (*AC*) et (*DB*). Comme ces angles sont égaux alors **(*AC*) et (*DB*) sont parallèles**.

Exercice 6

Comme les angles $\widehat{xLy}$ et $\widehat{ULI}$ sont opposés par leur sommet L alors ils sont égaux et on a $\boldsymbol{\widehat{ULI}=52\,°}$.

Comme la somme des angles du triangle LIN est égale à 180° alors $\widehat{NIL}=180-60-52$ donc $\boldsymbol{\widehat{NIL}=68\,°}$.

Les angles $\widehat{ILU}$ et $\widehat{DUN}$ sont correspondants par la sécante (LU) aux droites (DU) et (IL). Comme ces droites sont parallèles alors ces angles sont égaux donc $\widehat{DUN}=52\,°$.

On a donc $\widehat{DUL}=180-52$ donc $\boldsymbol{\widehat{DUL}=128\,°}$.

En raisonnant de la même façon on a $\widehat{NDU}=\widehat{NIL}$ donc $\widehat{NDU}=68\,°$, puis $\widehat{UDI}=180-68$ soit $\boldsymbol{\widehat{UDI}=112\,°}$.