

06-02 Les nombres premiers

Définition

Un **nombre premier** est un entier naturel qui admet exactement deux diviseurs : 1 et lui-même.

Exemples

Les dix plus petits nombres premiers sont :

Remarques

- Le nombre 1 premier. En effet,
- La liste des nombre premiers est Sa régularité est encore étudiée par les chercheurs.

Propriétés

Tout entier naturel supérieur ou égal à 2 peut s'écrire comme un produit de nombres premiers. Cette décomposition en facteurs premiers est unique.

Exemples

- $12 = \dots \times \dots \times \dots$
- $121 = \dots$
- $53 = \dots$
- $300 = \dots$

Méthode

Pour savoir si un nombre est premier, on essaie de le diviser par

Déterminons si 821 est premier.

$821 : 2 = \dots$	$821 : 13 \approx \dots$
$821 : 3 \approx \dots$	$821 : 17 \approx \dots$
$821 : 5 = \dots$	$821 : 19 \approx \dots$
$821 : 7 \approx \dots$	$821 : 23 \approx \dots$
$821 : 11 \approx \dots$	$821 : 29 \approx \dots$

On sait désormais que 821 n'est pas par un nombre inférieur

Il sera impossible d'obtenir un quotient entier inférieur à

On en déduit que

06-02 Applications du cours**Application 1**

Le crible d'Ératostène est une technique pour déterminer des nombres premiers sans calculatrice. Il consiste à répéter l'instruction suivante : « Noircir tous les multiples de la plus petite case non noircie ».

Penser à utiliser le fait que les multiples d'un nombre sont régulièrement espacés.

	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50	51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97	98	99	100
101	102	103	104	105	106	107	108	109	110	111	112	113	114	115	116	117	118	119	120
121	122	123	124	125	126	127	128	129	130	131	132	133	134	135	136	137	138	139	140
141	142	143	144	145	146	147	148	149	150	151	152	153	154	155	156	157	158	159	160
161	162	163	164	165	166	167	168	169	170	171	172	173	174	175	176	177	178	179	180
181	182	183	184	185	186	187	188	189	190	191	192	193	194	195	196	197	198	199	200

Application 2

Déterminer si les phrases suivantes sont vraies ou fausses en justifiant chaque réponse.

1. La somme de deux nombres premiers est toujours un nombre premier.
2. La différence entre deux nombres premiers n'est jamais un nombre premier.
3. La somme de deux nombres premiers supérieurs à 10 ne peut pas être un nombre premier.
4. Il n'existe qu'une seule valeur de n pour laquelle n et $(n + 1)$ sont tous les deux premiers.
5. Il existe exactement deux valeurs de n pour lesquelles n et $(n + 2)$ sont tous les deux premiers.

Application 3

Écrire la décomposition en produit de facteurs premiers des nombres suivants :

a] 18

b] 150

c] 1334

d] 2597

Application 4

1. Quelle est le plus petit multiple de 5 que l'on peut trouver en ajoutant cinq nombres premiers différents ?
2. Avec 42 garçons et 28 filles, combien d'équipes ayant la même composition peut-on faire au maximum ?