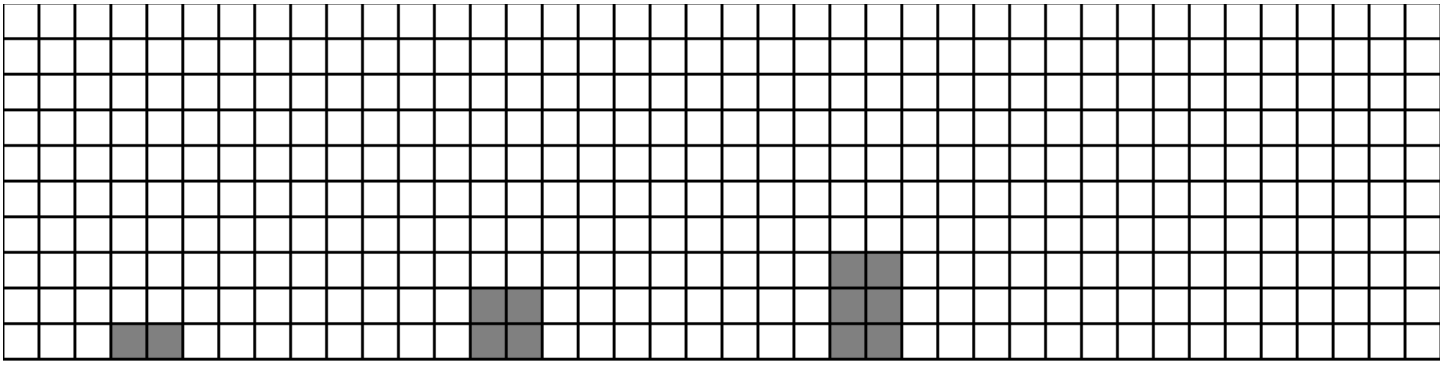
02-03 Activité

Pour chacune des suites logiques géométriques ci-dessous :

- dessiner le motif de l'étape 4.
- compter le nombre de carreaux constituant les motifs des étapes 1, 2, 3, 4.
- prévoir le nombre de carreaux constituant les motifs des étapes 5, 6, 100.
- exprimer en fonction de *n* le nombre de carreaux du motif de l'étape *n*.

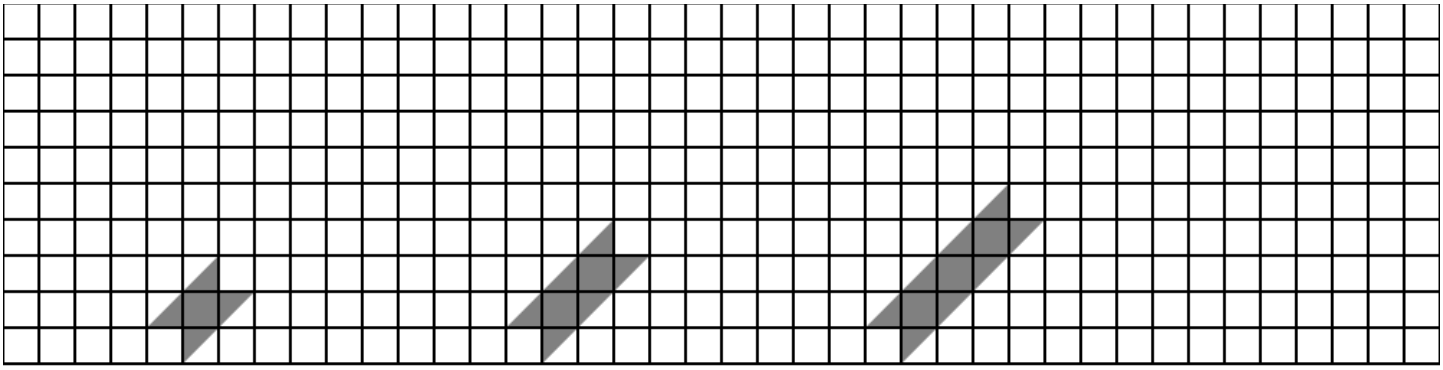
1.



Étape 1	Étape 2	Étape 3	Étape 4
carreaux	carreaux	carreaux	carreaux

Étape 5	Étape 6	Étape 100	Étape *n*
carreaux	carreaux	carreaux	carreaux

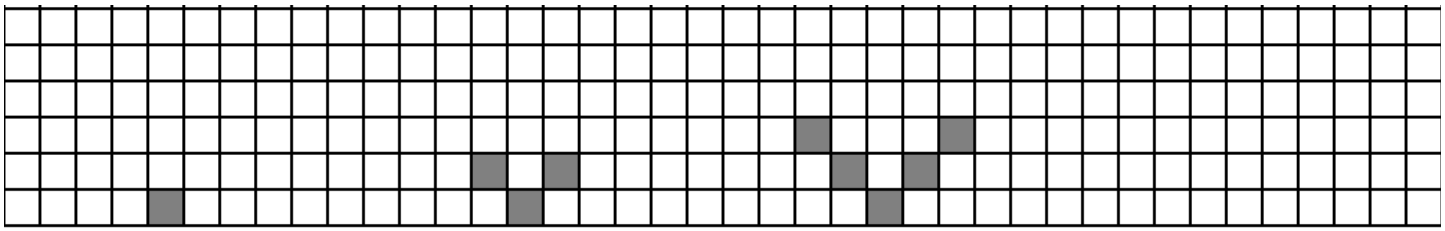
2.



Étape 1	Étape 2	Étape 3	Étape 4
carreaux	carreaux	carreaux	carreaux

Étape 5	Étape 6	Étape 100	Étape *n*
carreaux	carreaux	carreaux	carreaux

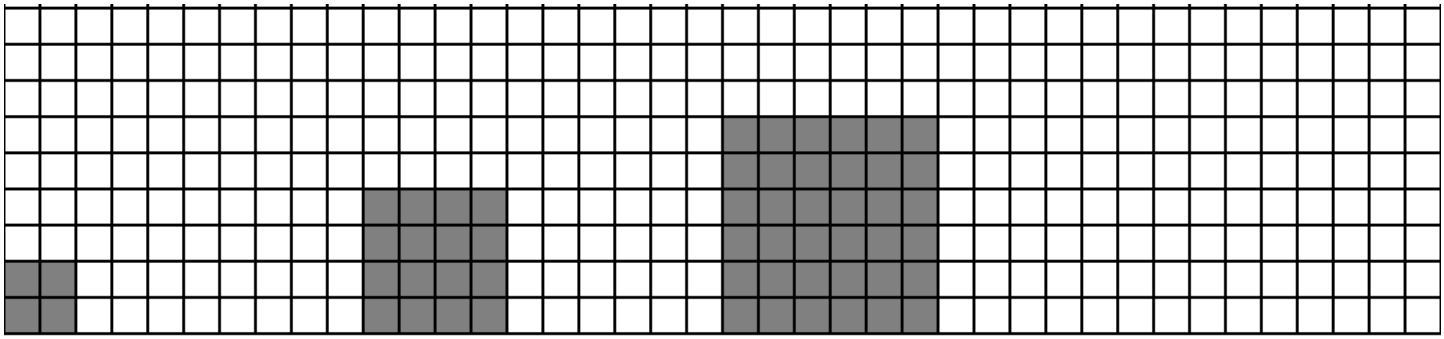
3.



Étape 1	Étape 2	Étape 3	Étape 4
carreaux	carreaux	carreaux	carreaux

Étape 5	Étape 6	Étape 100	Étape *n*
carreaux	carreaux	carreaux	carreaux

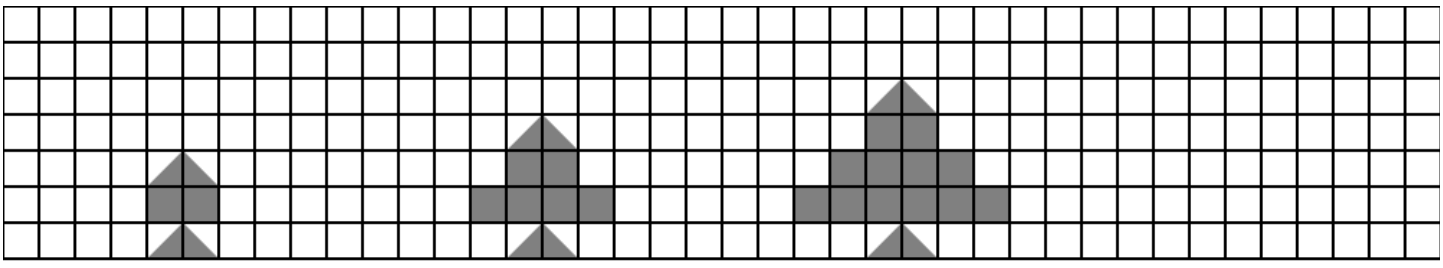
4.



Étape 1	Étape 2	Étape 3	Étape 4
carreaux	carreaux	carreaux	carreaux

Étape 5	Étape 6	Étape 100	Étape *n*
carreaux	carreaux	carreaux	carreaux

5.



Étape 1	Étape 2	Étape 3	Étape 4
carreaux	carreaux	carreaux	carreaux

Étape 5	Étape 6	Étape 100	Étape *n*
carreaux	carreaux	carreaux	carreaux

02-03 Les égalités

Définitions

Une **égalité** est une expression mathématique contenant deux **membres** séparés par le symbole « = » .
Une égalité peut être **vraie** ou **fausse**.

Exemples

- L'égalité $2 + 2 = 4$ est .....
- L'égalité $2 + 2 = 5$ est .....
- L'égalité $2 + x = 4$ est vraie seulement lorsque .....

Méthode

Pour tester si une ..... est vraie ou fausse, on calcule chacun de ses ..... séparément.

Exemple

Tester l'égalité $x^2 - 2 = 1 + 2x$ lorsque $x = 3$.

D'une part, on a : $x^2 - 2$ = ...
= .....
= .....

D'autre part, on a : ..... = ...
= .....
= .....

Par conséquent, l'égalité ..... est ..... pour .....

Définition

Exprimer une quantité **en fonction** d'une **variable**, c'est écrire une égalité dont le membre de gauche est cette quantité et dont le membre de droite contient la variable.

Exemples

- Aire A d'un disque exprimée en fonction de son rayon r : .....
- Volume V d'un cube exprimé en fonction de son arête a : .....
- Produit P de deux nombres entiers consécutifs, exprimé en fonction du plus grand, noté n : .....

02-03 Applications du cours

Application 1

1. Tester l'égalité $x^2 + 7x - 4 = (x + 4)(2x - 1)$ lorsque $x = 3$.

2. Montrer que l'égalité $(x + 5)^2 = 83 - x/2$ est vraie lorsque x prend une valeur entière entre 0 et 5.

Application 2

On donne le programme de calcul ci-contre.

> Choisir un nombre entier.
> Multiplier ce nombre par l'entier suivant.
> Retrancher à ce résultat le carré du nombre de départ.

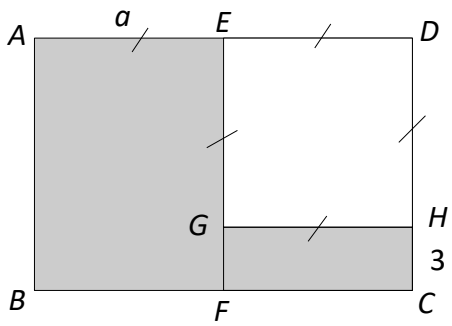
1. Appliquer ce programme à trois nombres différents.

2. Quelle supposition peut-on faire ?

3. Traduire la supposition précédente à l'aide d'une égalité en nommant x le nombre de départ.

Application 3

La figure ci-contre est constituée de rectangles.
On donne $AE = a$ et $CH = 3$.



1. Exprimer en fonction de a :
- **a]** L'aire de *EDHG*.
- **b]** L'aire de *ADCB*.
- **c]** L'aire de *AEFB*.
- **d]** L'aire de *GHCF*.

2. Écrire une égalité obtenue en exprimant l'aire grise de deux façons différentes.

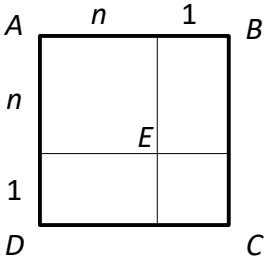
Application 4

Tina dit : « $(n + 1)^2$ ne vaut jamais la même chose que $n^2 + 1^2$ ».
Roberto dit : « $(n + 1)^2$ vaut toujours la même chose que $n^2 + 1^2$ ».
Claude dit : « Pour toutes les valeurs de n, on a $(n + 1)^2 = n^2 + 2n + 1^2$ ».

1. Discuter l'affirmation de Tina.

2. Discuter l'affirmation de Roberto.

3. **a]** Vérifier si Claude a raison pour 0, pour 1 et pour 4.
b] Peut-on en conclure que Claude a raison ? Pourquoi ?

4. Dans le dessin ci-contre, tous les angles sont droits.

a] Calculer les aires des cinq quadrilatères de la figure.
b] Utiliser ce résultat dans le cadre du problème.