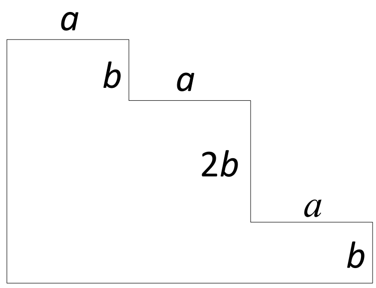
Énoncés

Exercice 13

Sur la figure ci-contre, tous les angles sont droits.
Exprimer le périmètre de cette figure en fonction de a et b.



Exercice 14

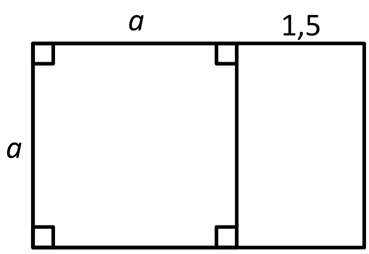
Sur la figure donnée, indiquer à quoi correspondent les expressions suivantes :

a] $a^2 + 1{,}5a$

b] $4a + 3$

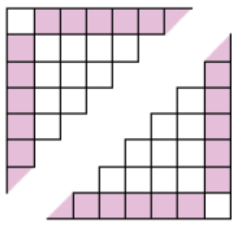
c] $2(1{,}5 + 2a)$

d] $a(1{,}5 + a)$



Exercice 15

On a représenté ci-contre deux parties d'un carré.
Le carré est constitué de petits carreaux.
Les carreaux des bords sont coloriés, sauf les coins du grand carré.



1. **a]** Réaliser une figure de 3 carreaux de côté. Indiquer la fraction de carré coloriée.

b] Recommencer avec un carré de 4 carreaux de côté.

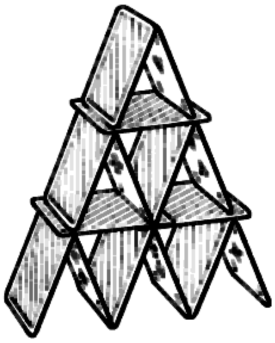
c] Recommencer avec un carré de 5 carreaux de côté.

2. Déterminer la fraction de carré coloriée pour un carré de 20 carreaux de côté.

3. Exprimer le nombre de carreaux coloriés d'un carré de n carreaux de côté.

Exercice 16

Ci-contre est représenté un château de cartes de 3 étages.



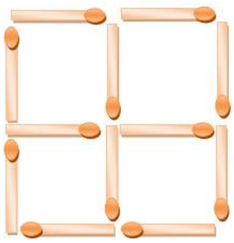
a] Combien de cartes a-t-il fallu ajouter à un château de cartes de 2 étages pour construire ce château de 3 étages ?

b] Combien de cartes faut-il ajouter à un château de cartes de 3 étages pour construire un château de 4 étages ?

c] Combien de cartes faut-il ajouter à un château de cartes de (n − 1) étages pour construire un château de n étages ?

Exercice 17

On construit des carrés à l'aide d'allumettes.
Ci-contre est représentée une construction de côté 2.



a] Combien d'allumettes a-t-il fallu ajouter à une construction de côté 1 pour obtenir cette construction de côté 2 ?

b] Combien d'allumettes faut-il ajouter à une construction de côté 2 pour obtenir une construction de côté 3 ?

c] Combien d'allumettes faut-il ajouter à une construction de côté (n − 1) pour obtenir une construction de côté n ?

Exercice 18

1. **a]** Choisir un entier strictement positif.
Effectuer la somme de cet entier, de celui qui le précède et de celui qui le suit.

b] Vérifier que la somme obtenue est divisible par 3.

c] Démontrer que la somme de trois entiers consécutifs est toujours un multiple de 3.

2. La somme de quatre entiers consécutifs est-elle-toujours un multiple de 4 ?

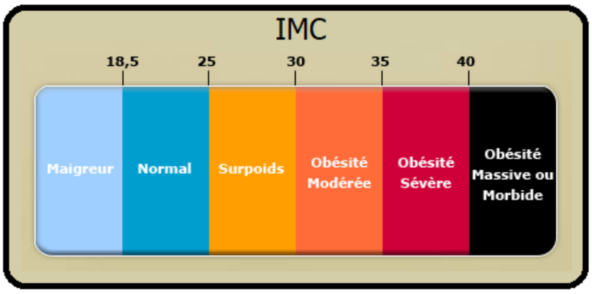
3. La somme de cinq entiers consécutifs est-elle-toujours un multiple de 5 ?

4. Quelle conjecture pourrait-on émettre à partir des questions précédentes ?

Exercice 19 *Indice de Masse Corporelle*

Sur le site de l'Organisation Mondiale de la Santé, on trouve le tableau ci-contre assorti de la déclaration suivante :

L'indice de masse corporelle (IMC) – le poids en kilogrammes divisé par le carré de la taille en mètres – est l'indice habituellement utilisé pour déterminer et classer le surpoids et l'obésité chez les adultes.



Déterminer la catégorie à laquelle appartiennent les personnalités suivantes :

a] Shakira : 1,57 m ; 56 kg.

b] Nicki Minaj : 1,57 m ; 62 kg.

c] Lady Gaga : 1,55 m ; 44 kg.

d] Lionel Messi : 170 cm ; 67 kg.

e] Michael Jackson : 175 cm ; 48 kg.

f] Gérard Depardieu : 1,80 m ; 0,115 t.

Exercice 20

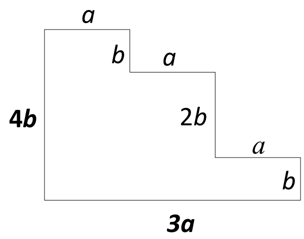
Compléter les cases vides de ce tableau de suites logiques.
Précision : l'avant-dernière ligne du tableau est décorative et n'a pas à être complétée.

	Suite A	Suite B	Suite C	Suite D	Suite E	Suite F	Suite G
1er terme	7	3	4	10	1	0	11
2e terme	8	5	9	7	4	1	14
3e terme	9	7	14	4	9	4	19
4e terme	10	9	19	1	16	9	26
5e terme	11	11	24	-2	25	16	35
6e terme							
…	…	…	…	…	…	…	…
*n*e terme							

Corrigés

Exercice 13

Commençons par compléter la figure :



Le périmètre de cette figure est :

$a + b + a + 2b + a + b + 3a + 4b = \mathbf{6a + 8b}$

Exercice 14

a] $a^2 + 1{,}5a$ correspond à **l'aire** de la figure.

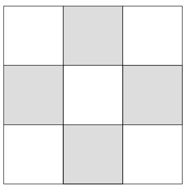
b] $4a + 3$ correspond au **périmètre** de la figure.

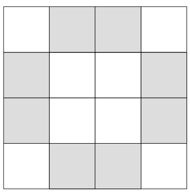
c] $2(1{,}5 + 2a)$ correspond au **périmètre** de la figure.

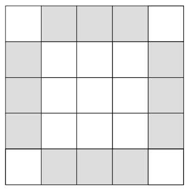
d] $a(1{,}5 + a)$ correspond à **l'aire** de la figure.

Exercice 15

1. **a]** $\mathbf{\frac{4}{9}}$ du carré est colorié **b]** $\mathbf{\frac{1}{2}}$ du carré est colorié **c]** $\mathbf{\frac{12}{25}}$ du carré est colorié



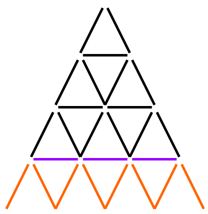




2. Chaque bord du carré est colorié sauf aux deux extrémités.
Quand on compte les carreaux coloriés d'un côté, il faut donc enlever les deux carreaux des extrémités.
Un carré de 20 carreaux de côté contiendra en tout $20^2 = 400$ carreaux dont $4\times(20 - 2) = 72$ coloriés.
Par conséquent $\frac{72}{400} = \mathbf{\frac{9}{50}}$ du carré de 20 carreaux de côté est colorié.

3. Un carré de n carreaux de côté contiendra n^2 carreaux dont $\mathbf{4(n - 2)}$ **carreaux coloriés**.

Exercice 16

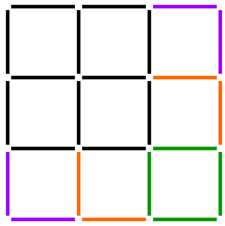


a] Pour passer de 2 à 3 étages, il faut ajouter **8 cartes**.

b] Pour passer de 3 à 4 étages, il faut ajouter **11 cartes**.

c] Pour passer de $(n - 1)$ à n étages, il faut ajouter : $2n + n - 1 = \mathbf{3n - 1}$ **cartes**.

Exercice 17



a] Pour passer d'une construction 1 à 2, il faut ajouter **8 allumettes**.

b] Pour passer d'une construction 2 à 3, il faut ajouter **12 allumettes**.

c] Pour passer de (n − 1) à n étages, il faut ajouter : 2 × 2 × n = **4*n* allumettes**.

Exercice 18

1. **a]** Choisissons 11, par exemple.
10 + 11 + 12 = **33**.

b] En effet, comme $\frac{33}{3}=11$ alors **33 est divisible par 3**.

c] Soit n un nombre entier. Le nombre qui le précède est (n − 1) et celui qui le suit est (n + 1).

La somme de ces trois nombres est $(n-1)+n+(n+1)$
$= n-1+n+n+1$
$= 3n$

Comme $\frac{3n}{3}=n$ qui est un entier alors **la somme de trois entiers consécutifs est un multiple de 3**.

2. On a 11 + 12 + 13 + 14 = 50.
Comme 50 n'est pas un multiple de 4 alors la somme de quatre entiers consécutifs n'est pas toujours un multiple de 4.

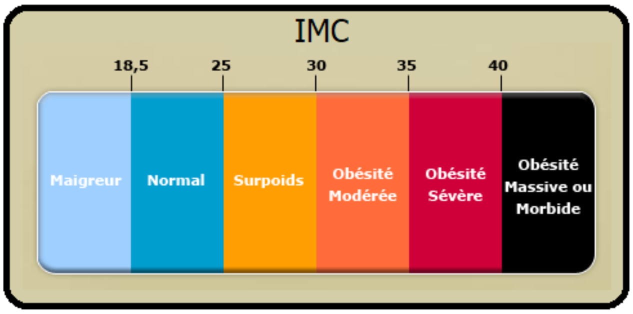
3. Soit n un nombre entier. Les nombres qui le précèdent sont (n − 1) et (n − 2) et ceux qui le suivent sont (n + 1) et (n + 2).

La somme de ces cinq nombres est $(n-2)+(n-1)+n+(n+1)+(n+2)$
$= n-2+n-1+n+n+1+n+2$
$= 5n$

Comme $\frac{5n}{5}=n$ qui est un entier alors **la somme de cinq entiers consécutifs est un multiple de 5**.

4. Le raisonnement précédent peut s'appliquer à chaque fois que le nombre de départ est impair.
On peut donc raisonnablement conjecturer que, **pour tout nombre impair *k*, la somme de *k* entiers consécutifs est un multiple de *k***.

Exercice 19



a] Shakira. IMC : $\dfrac{56}{1{,}57^2} \approx 22{,}7$. **Normal**.

b] Nicki Minaj. IMC : $\dfrac{62}{1{,}57^2} \approx 25{,}2$. **Surpoids**.

c] Lady Gaga. IMC : $\dfrac{44}{1{,}55^2} \approx 18{,}3$. **Maigreur**.

d] Lionel Messi. IMC : $\dfrac{67}{1{,}7^2} \approx 23{,}2$. **Normal**.

e] Michael Jackson. IMC : $\dfrac{48}{1{,}75^2} \approx 15{,}7$. **Maigreur**.

f] Gérard Depardieu. IMC : $\dfrac{115}{1{,}8^2} \approx 35{,}5$. **Obésité sévère**.

Exercice 20

	Suite A	Suite B	Suite C	Suite D	Suite E	Suite F	Suite G
1er terme	7	3	4	10	1	0	11
2e terme	8	5	9	7	4	1	14
3e terme	9	7	14	4	9	4	19
4e terme	10	9	19	1	16	9	26
5e terme	11	11	24	-2	25	16	35
6e terme	**12**	**13**	**29**	**-5**	**36**	**25**	**46**
…	…	…	…	…	…	…	…
ne terme	$\mathbf{6 + n}$	$\mathbf{1 + 2n}$	$\mathbf{-1 + 5n}$	$\mathbf{13 - 3n}$	$\mathbf{n^2}$	$\mathbf{(n - 1)^2}$	$\mathbf{n^2 + 10}$