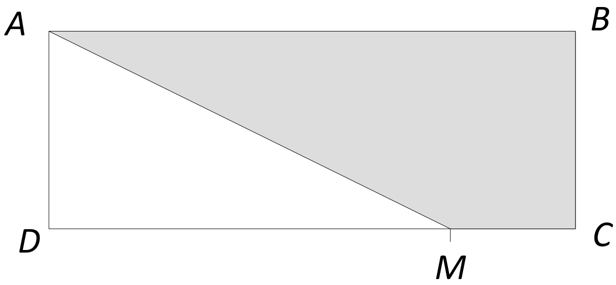
Énoncés

Exercice 10

On considère un rectangle $ABCD$ tel que $AB = 16$ cm et $AD = 6$ cm.
On place un point M sur le segment $[DC]$.



1. Exprimer l'aire de $AMCB$ en fonction de MC.

2. Donner une expression de la fonction f par laquelle MC a pour image l'aire du trapèze $AMCB$.

3. Déterminer $f(7)$ et interpréter ce résultat.

4. Déterminer $f(-10)$ et interpréter ce résultat.

Exercice 11

Dans une ville, on propose les tarifs suivants pour les transports en commun :

Tarif 1 : ticket ordinaire coûtant 0,80 € par trajet.
Tarif 2 : abonnement mensuel de 10 € et tarif réduit à 0,40 € par trajet.
Tarif 3 : abonnement annuel de 180€ avec trajets à volonté.

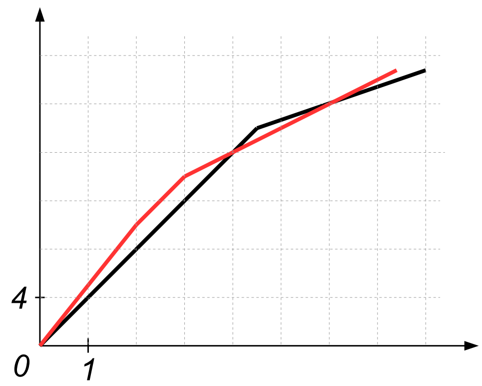
1. Chercher quel tarif aura intérêt à choisir une personne effectuant 18 trajets par mois.

2. Exprimer les fonctions t_1, t_2 et t_3 qui, à un nombre annuel de trajets x, associent le prix payé selon le tarif.

3. Construire un repère orthonormé
Tracer les représentations graphiques respectives (C_1), (C_2) et (C_3) de t_1, t_2 et t_3.

4. **a]** Lire et interpréter les coordonnées du point d'intersection de (C_1) et (C_2).
b] Retrouver ces coordonnées par le calcul.

Exercice 12



Numa et Rufine font une course de 23 km.

On représente *f* (en noir) et *g* (en rouge), les fonctions qui, au temps écoulé depuis le départ exprimé en heures, associent les distances parcourues en kilomètres, respectivement par Numa et par Rufine.

1. Déterminer graphiquement la valeur de $f(2)$ et de $g(2)$.
Interpréter ces résultats.

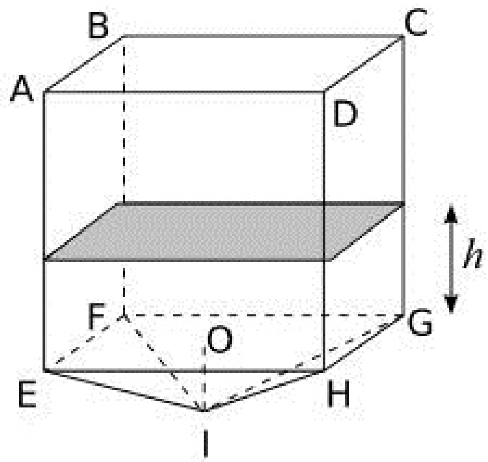
2. Qui est en tête après 14 km de course ?
Donner le temps de chaque coureur.

3. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = g(x)$.
Interpréter le résultat.

4. Résoudre graphiquement l'inéquation $g(x) \leqslant f(x)$.
Interpréter le résultat.

5. Qui a gagné la course ?
Indiquer le temps total mis par chaque coureur.

Exercice 13



Un réservoir est constitué d'une pyramide régulière à base carrée de hauteur OI, surmontée d'un parallélépipède rectangle.
On donne : $AB = BC = 2$ m
$AE = 5$ m
$OI = 1{,}5$ m

1. **a]** Calculer le volume de la pyramide.
b] Calculer le volume total du réservoir.

2. On remplit d'eau ce réservoir.
La partie pyramidale étant entièrement pleine, on appelle h la hauteur d'eau dans le parallélépipède rectangle.

a] Donner un encadrement de h.

b] Exprimer en fonction de h le volume d'eau dans le parallélépipède rectangle.

c] Montrer que le volume d'eau dans le réservoir peut être donné par une fonction V que l'on précisera.

d] **i)** Trouver le volume d'eau contenu dans le réservoir lorsque h vaut 1,8 m.

ii) Quel est, arrondi à l'unité, le pourcentage de remplissage du réservoir ?

Corrigés

Exercice 10

1. L'aire du rectangle *ABCD* vaut 16×6 = 96 cm².
L'aire du triangle *ADM* vaut $\frac{(16-MC)\times 6}{2}=3(16-MC)$.
On en déduit que l'aire de *AMCB* vaut 96 − 3(16 − *MC*) = 96 − 48 + 3*MC*
= **48 + 3*MC***

2. On définit $\boldsymbol{f : x \mapsto 3x + 48}$

3. On a $f(7)$ = 48 + 3×7 soit $\boldsymbol{f(7) = 69}$.
Si *MC* = 7 cm alors l'aire du trapèze *AMCB* vaut **69 cm²**.

4. On a $f(-10)$ = 48 + 3×(-10) soit $\boldsymbol{f(-10) = 18}$.
On ne peut pas interpréter ce résultat par rapport à la situation étudiée car *MC* ne peut pas avoir une mesure négative.

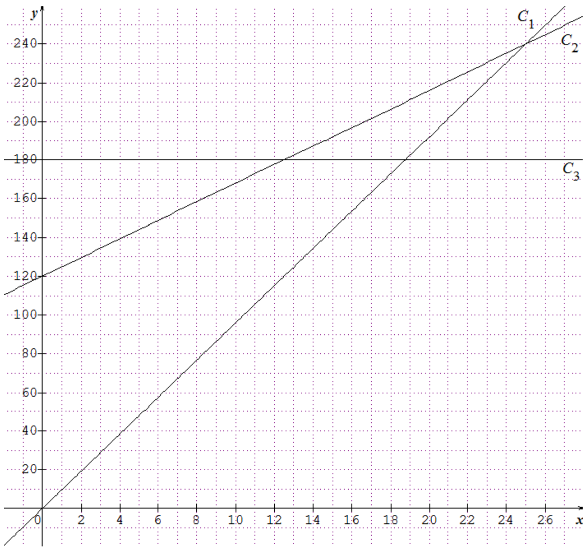
Exercice 11

1. Une personne effectuant 18 trajets par mois paiera :
0,80×18×12 = 172,8€ si elle choisit le tarif 1.
10×12 + 0,4×18×12 = 206,4€ si elle choisit le tarif 2.
180€ si elle choisit le tarif 3.

La personne qui effectue 18 trajets par mois a intérêt à adopter le tarif 1.

2. On a :
$t_1(x) = 9{,}6x$
$t_2(x) = 4{,}8x + 120$
$t_3(x) = 180$

3. Voir ci-contre.



4. a] Les coordonnées de l'intersection de (C_1) et (C_2) semblent **(25 ; 240)**.
Pour 25 voyages mensuels, les tarifs 1 et 2 coûtent 240 €.
Au-delà de 25 voyages, le tarif 1 est plus élevé que le tarif 2.

b] Cherchons x tel que $t_1(x) = t_2(x)$
$9{,}6x = 4{,}8x + 120$
$4{,}8x = 120$
$x = 25$

On a $t_1(25) = 9{,}6\times 25$ d'où $t_1(25) = 240$.
Les coordonnées du point d'intersection de (C_1) et (C_2) sont donc bien **(25 ; 240)**.

Exercice 12

1. D'après le graphique, on a $f(2)=8$ et de $g(2)=10$.
Après deux heures de course, Numa et Rufine ont parcouru respectivement **8 et 10 km**.

2. Après 14 km de course, Rufine est en tête : les temps respectifs de Rufine et Numa sont alors **3h et 3h30**.

3. Graphiquement, l'équation $f(x) = g(x)$ a deux solutions qui sont **4 et 6**.
Cela signifie que Numa et Rufine se croisent **au bout de 4h puis de 6h de course**.

4. Graphiquement, l'inéquation $g(x) \leqslant f(x)$ a pour solutions **tous les nombres compris entre 4 et 6**.
Cela signifie qu'**entre 4h et 6h de course, Numa court devant Rufine**.

5. C'est Rufine qui a gagné la course, en **environ 7h20**, alors que **Numa a mis 8h** pour la finir.

Exercice 13

1. **a]** La base carrée *EFGH* de la pyramide a pour aire $2\times2 = 4$ m^2.
Le volume de la pyramide est donc $\frac{1}{3}\times4\times1{,}5=\mathbf{2\ m^3}$.

b] Le volume du pavé *ABCDEFGH* vaut $2\times2\times5=20\ \text{m}^3$.
Le volume total du réservoir est donc $20+2=\mathbf{22\ m^3}$.

2. **a]** On a : $\mathbf{0 < h < 5}$.

b] Le volume d'eau dans le parallélépipède rectangle est $2\times2\times h=\mathbf{4\,h\ m^3}$

c] Comme la pyramide est remplie, alors le volume d'eau dans le réservoir est $\mathbf{V(h)=4\,h+2\ m^3}$.

d] **i)** Lorsque h vaut 1,8 m alors le volume d'eau contenu dans le réservoir vaut :
$V(1{,}8) = 4\times1{,}8 + 2$ soit **9,2 m^3**.

ii) Le pourcentage de remplissage du réservoir est $\frac{9{,}2}{22}\approx\mathbf{42\ \%}$.