

Énoncés

Exercice 5

1. Écrire la décomposition en facteurs premiers des nombres suivants :

a] 60

c] 421

e] 943

b] 117

d] 512

f] 113 256

2. Utiliser la décomposition en facteurs premiers pour réduire la fraction $\frac{1204}{258}$

Exercice 6

Déterminer si les couples d'entiers suivants sont premiers entre eux :

a] 135 et 120

c] 114 et 63

b] 46 et 124

d] 273 et 41

Exercice 7

Ysarn n'a utilisé sa calculatrice qu'une seule fois pour savoir que 2600 et 54713 sont premiers entre eux. Comment a-t-il raisonné ?

Exercice 8

Deux ampoules clignotent. L'une s'allume toutes les 5 min 06 s et l'autre toutes les 6 min 14 s. À minuit, elles s'allument ensemble. Déterminer l'heure à laquelle elles s'allumeront de nouveau ensemble.

Exercice 9

Un artisan souhaite recouvrir une terrasse rectangulaire de 4,2 m de large et de 6,16 m de long à l'aide de dalles carrées identiques sans faire de découpe.

- Déterminer si l'artisan peut utiliser les dalles suivantes.
Si oui, préciser le nombre de dalles nécessaires pour couvrir la terrasse.
 - Dalles de 2 cm de côté.
 - Dalles de 10 cm de côté.
- Quelle sera la taille maximale, en nombre entier de cm, des dalles ?
Préciser le nombre de dalles nécessaires.

Corrigés

Exercice 5

1. a] $60 = 2^2 \times 3 \times 5$
b] $117 = 3^2 \times 13$
c] $421 = 421$
d] $512 = 2^9$
e] $943 = 23 \times 41$
f] $113\,256 = 2^3 \times 3^2 \times 11^2 \times 13$
2. On a $\frac{1204}{258} = \frac{2 \times 2 \times 7 \times 43}{2 \times 3 \times 43}$ donc $\frac{1204}{258} = \frac{2 \times 7}{3}$ d'où $\frac{1204}{258} = \frac{14}{3}$.

Exercice 6

- a] Un entier dont le chiffre des unités est 0 ou 5 est divisible par 5.
Donc 5 est un diviseur commun à 135 et 120.
135 et 120 ne sont pas premiers entre eux.
- b] Si le chiffre des unités d'un nombre est 0, 2, 4, 6 ou 8 alors ce nombre est divisible par 2.
Par conséquent, 2 est un diviseur commun à 46 et 124.
46 et 124 ne sont pas premiers entre eux.
- c] $1 + 1 + 4 = 6$ et 6 est divisible par 3 donc 114 est divisible par 3.
 $6 + 3 = 9$ et 9 est divisible par 3 donc 63 est divisible par 3.
Comme 3 est un diviseur commun à 114 et 63 alors **114 et 63 ne sont pas premiers entre eux.**
- d] On sait que 41 est un nombre premier, or 273 n'est pas un multiple de 41.
41 et 273 sont premiers entre eux.

Exercice 7

On a $2600 = 26 \times 100$ donc $2600 = 2 \times 13 \times 10 \times 10$ d'où $2600 = 2^3 \times 5^2 \times 13$.

Ysarn a vu que 54713 n'était divisible ni par 2 ni par 5.

Ensuite, il lui a suffi de taper 54713:13 sur sa calculatrice pour voir que 54713 n'est pas divisible par 13.

Par conséquent **2600 et 54713 sont premiers entre eux.**

Exercice 8

Convertissons ces deux durées en secondes : 5 min 06 s = 306 s et 6 min 14 s = 374 s.

On a $306 = 2 \times 3^2 \times 17$
et $374 = 2 \times 11 \times 17$

Le plus petit multiple que ces deux nombres ont en commun est $2 \times 3^2 \times 11 \times 17 = 3366$.
Au bout de 3366 secondes, les deux ampoules seront allumées, soit à **0h 56min 06s**.

Exercice 9

On a $4,2 \text{ m} = 420 \text{ cm}$ et $6,16 \text{ m} = 616 \text{ cm}$. Il faut trouver le plus grand nombre qui divise à la fois 420 et 616.

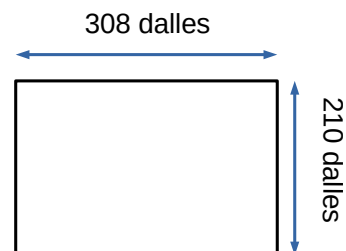
1. a] On $420 : 2 = 210$ et $616 : 2 = 308$.

Oui, il est **possible** de choisir des dalles de 2 cm de côté.

Il faudra utiliser $210 \times 308 = \mathbf{64\ 680}$ dalles.

b] 616 n'est pas divisible par 10.

Comme on souhaite éviter les découpes, alors il n'est **pas possible** d'utiliser des dalles carrées de 10 cm de côté.



2. Les décompositions en facteurs premiers de 420 et 616 sont :

$$420 = 2^2 \times 3 \times 5 \times 7$$

$$616 = 2^3 \times 7 \times 11$$

Le plus grand diviseur commun de 420 et 616 est donc $2^2 \times 7 = 28$.

Par conséquent l'artisan doit choisir des dalles de **28 cm de côté**.

On a $420 : 28 = 15$ et $616 : 28 = 22$.

Le dallage formera un rectangle de 15 dalles sur 22 dalles, soit au total $15 \times 22 = \mathbf{330}$ dalles