Énoncés

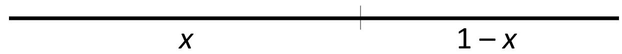
Exercice 1

On dispose d'une ficelle de longueur 1 m que l'on coupe en d'eux.
Avec l'un des morceaux, on forme un carré. Avec l'autre morceau, on forme un triangle équilatéral.
À quelle distance du début de la ficelle doit-on effectuer la coupe afin que la somme des aires soit minimale ?
Arrondir le résultat au cm.

Corrigés

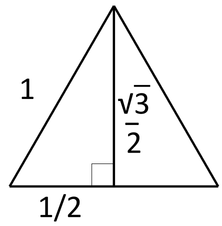
Exercice 1

Soit x la longueur cherchée, en mètres.



- Le carré de côté $\dfrac{1-x}{4}$ a pour aire $\dfrac{(1-x)^2}{16}$

  Le triangle équilatéral de côté $\dfrac{x}{3}$ a pour aire : $\dfrac{x^2}{9}\times\dfrac{1}{2}\times\dfrac{\sqrt{3}}{2}=\dfrac{\sqrt{3}}{36}x^2$

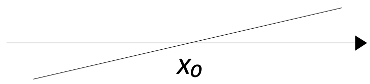
  

  La somme des aires est donc $A(x)$ = $\dfrac{(1-x)^2}{16}+\dfrac{\sqrt{3}}{36}x^2$

  ou encore : $A(x) = \dfrac{1}{36}((9+\sqrt{3})x^2 - 18x + 9)$

- La fonction A est dérivable sur $\mathbb{R}$ et l'on a $A'(x) = \dfrac{9+\sqrt{3}}{18}x - \dfrac{1}{2}$

  Cette fonction A' est affine et s'annule en $x_0=\dfrac{9}{9+\sqrt{3}}$.

- Les variations de A sont :

x	0		x_0		1
$A'(x)$		$-$	0	$+$	
$A(x)$		$\searrow$	$A(x_0)$	$\nearrow$	

L'aire totale A atteint son minimum pour $x_0=\dfrac{9}{9+\sqrt{3}}\approx$**0,84 m**