

### 07-03 Opérations sur les dérivées

#### Propriété

Soient  $u$  et  $v$  deux fonctions dérivables sur un intervalle  $I$ .

La fonction  $u \times v$  est dérivable sur  $I$  et sa dérivée est la fonction  $u' \times v + v' \times u$

#### Exemple

Soit  $f(x) = (5x - 3)\sqrt{x}$

On pose :  $u(x) = 5x - 3$  et  $v(x) = \sqrt{x}$

On a :  $u'(x) = 5$  et  $v'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

$$\begin{aligned} \text{D'où } f'(x) &= 5\sqrt{x} + \frac{5x-3}{2\sqrt{x}} \\ &= \frac{15x-3}{2\sqrt{x}} \end{aligned}$$

#### Propriété

Soient  $u$  et  $v$  deux fonctions dérivables sur un intervalle  $I$  telles que  $v$  ne s'annule pas sur  $I$ .

La fonction  $\frac{u}{v}$  est dérivable sur  $I$  et sa dérivée est la fonction  $\frac{u'v - v'u}{v^2}$ .

#### Exemple

Soit  $f(x) = \frac{5x-3}{2x+7}$

On pose :  $u(x) = 5x - 3$  et  $v(x) = 2x + 7$

On a :  $u'(x) = 5$  et  $v'(x) = 2$

$$\begin{aligned} \text{D'où } f'(x) &= \frac{5(2x+7) - 2(5x-3)}{(2x+7)^2} \\ &= \frac{41}{(2x+7)^2} \end{aligned}$$

#### Propriété

Soit  $u$  une fonction.

Soit la fonction  $f(x)$  qui a pour dérivée la fonction  $f'(x)$ .

Alors la fonction  $f(u)$  a pour dérivée la fonction  $f'(u) \times u'$ .

#### Exemple

La fonction  $f(x) = (5x - 3)^3$   
 a pour dérivée :  $f'(x) = 3(5x - 3)^2 \times 5$   
 $f'(x) = 15(5x - 3)^2$

### 07-03 Opérations sur les dérivées

#### Propriété

Soient  $u$  et  $v$  deux fonctions dérivables sur un intervalle  $I$ .

La fonction  $u \times v$  est dérivable sur  $I$  et sa dérivée est la fonction  $u' \times v + v' \times u$

#### Exemple

Soit  $f(x) = (5x - 3) \sqrt{x}$

On pose :  $u(x) = \dots\dots\dots$   $v(x) = \dots\dots\dots$

On a :  $u'(x) = \dots\dots\dots$   $v'(x) = \dots\dots\dots$

D'où  $f'(x) = \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

#### Propriété

Soient  $u$  et  $v$  deux fonctions dérivables sur un intervalle  $I$  telles que  $v$  ne s'annule pas sur  $I$ .

La fonction  $\frac{u}{v}$  est dérivable sur  $I$  et sa dérivée est la fonction  $\frac{u'v - v'u}{v^2}$ .

#### Exemple

Soit  $f(x) = \frac{5x-3}{2x+7}$

On pose :  $u(x) = \dots\dots\dots$   $v(x) = \dots\dots\dots$

On a :  $u'(x) = \dots\dots\dots$   $v'(x) = \dots\dots\dots$

D'où  $f'(x) = \dots\dots\dots$

$= \dots\dots\dots$

#### Propriété

Soit  $u$  une fonction.

Soit la fonction  $f(x)$  qui a pour dérivée la fonction  $f'(x)$ .

Alors la fonction  $f(u)$  a pour dérivée la fonction  $f'(u) \times u'$ .

#### Exemple

La fonction  $f(x) = (5x - 3)^3$

a pour dérivée :  $f'(x) = \dots\dots\dots$

$f'(x) = \dots\dots\dots$