06-05 Résolution d'un triangle

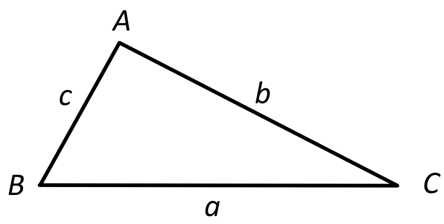
Définition

La **résolution d'un triangle** est la détermination des mesures de tous ses angles et de tous ses côtés.

Propriété - Formule d'Al-Kashi

Dans le triangle *ABC* représenté ci-contre on a :

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \widehat{A}$



Démonstration

On a $BC^2 = \left(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{AC}\right)^2$

$BC^2 = AB^2 + 2\,\overrightarrow{BA}\,.\,\overrightarrow{AC} + AC^2$

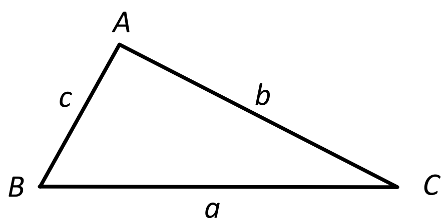
soit $a^2 = c^2 + 2\,\overrightarrow{BA}\,.\,\overrightarrow{AC} + b^2$

$a^2 = c^2 - 2\,\overrightarrow{AB}\,.\,\overrightarrow{AC} + b^2$ d'où le résultat, d'après la définition trigonométrique du produit scalaire.

Propriété – Loi des sinus

Dans le triangle *ABC* représenté ci-contre on a :

$$\frac{a}{\sin \widehat{A}} = \frac{b}{\sin \widehat{B}} = \frac{c}{\sin \widehat{C}}$$

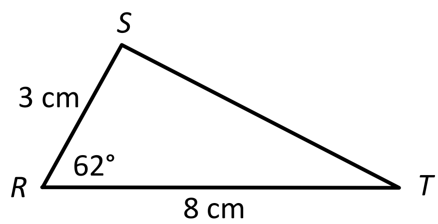


Remarque

Avant d'utiliser la loi des sinus pour connaître la mesure d'un angle, il faut savoir si cet angle est aigu ou obtus de façon à bien interpréter le résultat donné par la touche « $\sin^{-1}$ ».

Exemple

Résolution du triangle *RST* ci-contre.



- On a $ST^2 = RS^2 + RT^2 - 2 \times RS \times RT \times \cos \widehat{R}$

  $= 73 - 48\cos(62°)$

  D'où $ST = \sqrt{73 - 48\cos(62°)} \approx 7{,}1\text{ cm}$

- On a $\dfrac{ST}{\sin \widehat{R}} = \dfrac{RS}{\sin \widehat{T}}$ d'où $\sin \widehat{T} = \dfrac{\sin \widehat{R} \times RS}{ST}$ soit $\widehat{T} = \sin^{-1}\left(\dfrac{3\sin(62°)}{\sqrt{73 - 48\cos(62°)}}\right) \approx 22°$

- On en déduit que $\widehat{S} = 118 - \sin^{-1}\left(\dfrac{3\sin(62°)}{\sqrt{73 - 48\cos(62°)}}\right) \approx 96°$

06-05 Résolution d'un triangle

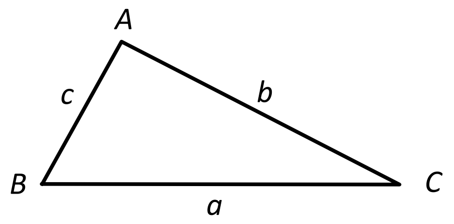
Définition

Résoudre un triangle, c'est déterminer la mesure de tous ses angles et de tous ses côtés.

Propriété - Formule d'Al-Kashi

Dans le triangle *ABC* représenté ci-contre on a :

$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \widehat{A}$



Démonstration

....

....

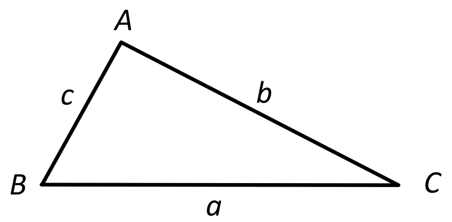
....

....

Propriété - Loi des sinus

Dans le triangle *ABC* représenté ci-contre on a :

$$\frac{a}{\sin \widehat{A}} = \frac{b}{\sin \widehat{B}} = \frac{c}{\sin \widehat{C}}$$

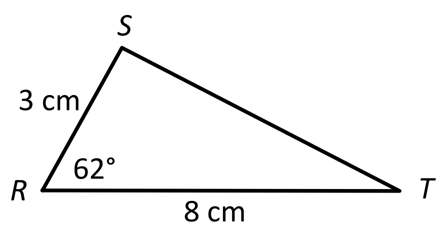


Remarque

Avant d'utiliser la loi des sinus pour connaître la mesure d'un angle, il faut savoir si cet angle est .... ou obtus de façon à bien interpréter le résultat donné par la touche « $\sin^{-1}$ ».

Exemple

Résolution du triangle *RST* ci-contre.



-
-
-