12-06 La loi des grands nombres

Propriété

Soit une variable aléatoire X d'espérance E(X) et de variance V(X).

Soit (X_1 ; ... ; X_n) un échantillon de taille n de la loi de probabilité de X. Soit M_n sa moyenne.

Pour tout réel $t > 0$, on a : $P(|M_n - E(X)| \geq t) \leq \dfrac{V(X)}{nt^2}$

Remarque

Pour une variable aléatoire donnée, on peut choisir n'importe quel .... , même très petit, de la moyenne de l'échantillon par rapport à .... , cet éloignement devient de plus en plus ...., à mesure que n ....

Propriété

Pour tout réel $t > 0$, $\lim\limits_{n \to +\infty} P(|M_n - E(X)| \geq t) = 0$

Exemple

On lance plusieurs fois une pièce de monnaie truquée ayant 40 % de chances de faire « Pile ».

On cherche à déterminer le nombre de lancers nécessaires pour avoir une forte probabilité d'obtenir entre 30% et 50% de « Piles ».

Soit X la variable aléatoire qui vaut 1 en cas de « Pile » et ....

On a alors E(X) = ... et V(X) = ...

Soit (X_1 ; ... ; X_n) un ....

Pour tout réel $t > 0$, on a : P(....) ≤ ....

En prenant $t = 0{,}1$ on obtient : ....

Ainsi, en prenant $n = 1000$, on obtient : ....

À partir de .... , la probabilité d'obtenir un nombre de « Pile » .... devient inférieure à .... On dit qu'on obtient pour M_n une **précision** de .... avec un **risque** de ....