

12-04 Échantillon d'une loi de probabilité

Définition

Pour $n \in \mathbb{N}^*$, soient n variables aléatoires indépendantes $X_1, X_2, \dots, X_n$ ayant la même loi de probabilité.

On dit que la liste $(X_1 ; X_2 ; \dots ; X_n)$ est un **échantillon de taille n** de cette loi de probabilité.

Exemple

Un train a la probabilité 0,1 d'arriver en retard.

Soit X la variable aléatoire comptant le nombre de retards en une semaine : X suit la loi

En répétant cette expérience sur une année, on construit un échantillon de

Définition

Soit $(X_1 ; \dots ; X_n)$ un échantillon de taille n d'une loi de probabilité suivie par une variable aléatoire X .

On appelle **somme de l'échantillon** la variable aléatoire $S_n = X_1 + X_2 + \dots + X_n$.

Propriétés

Soit S_n la somme d'un échantillon de taille n d'une loi de probabilité suivie par une variable aléatoire X .

- $E(S_n) = nE(X)$
- $V(S_n) = nV(X)$
- $\sigma(S_n) = \sqrt{n} \sigma(X)$

Exemple

Sur une année, le nombre de retards total est

L'espérance de cette variable aléatoire vaut

La variance de cette variable aléatoire vaut

En répétant l'expérience un grand nombre d'années,

Définition

Soit S_n la somme d'un échantillon de taille n d'une loi de probabilité suivie par une variable aléatoire X .

La **moyenne** de cet échantillon est $M_n = \frac{S_n}{n}$.

Propriétés

Soit M_n la moyenne d'un échantillon de taille n de loi de probabilité suivie par une variable aléatoire X .

- $E(M_n) = E(X)$
- $V(M_n) = V(X)/n$
- $\sigma(M_n) = \sigma(X)/\sqrt{n}$

12-04 Applications du cours**Application 1**

Nelly va au restaurant deux fois par semaine et poste à chaque fois une note sur Internet pour que le monde sache comment elle a trouvé son repas.

L'ensemble de ses avis est résumé dans le tableau ci-contre.

★	★★	★★★	★★★★	★★★★★
0,03	0,12	0,2	0,35	0,3

Pendant les vacances, Nelly compte se rendre 5 fois au restaurant.

Traduire cette situation en termes de variables aléatoires et de moyenne d'échantillon.

Application 2

Un producteur de mandarines conditionne ses fruits par caisses de 40 mandarines.

Les masses des mandarines, en grammes, sont réparties selon le tableau ci-contre.

58g	59g	60g	61g
0,22	0,28	0,26	0,24

Étudier la masse d'une cagette à l'aide des variables aléatoires.

12-04 Applications du cours**Application 1**

Nelly va au restaurant deux fois par semaine et poste à chaque fois une note sur Internet pour que le monde sache comment elle a trouvé son repas.

L'ensemble de ses avis est résumé dans le tableau ci-contre.

★	★★	★★★	★★★★	★★★★★
0,03	0,12	0,2	0,35	0,3

Pendant les vacances, Nelly compte se rendre 5 fois au restaurant.

Traduire cette situation en termes de variables aléatoires et de moyenne d'échantillon.

Application 2

Un producteur de mandarines conditionne ses fruits par caisses de 40 mandarines.

Les masses des mandarines, en grammes, sont réparties selon le tableau ci-contre.

58g	59g	60g	61g
0,22	0,28	0,26	0,24

Étudier la masse d'une cagette à l'aide des variables aléatoires.