

12 Variables aléatoires

12-01 Paramètres d'une variable aléatoire

Dans ce paragraphe, on appelle X la variable aléatoire dont la loi de probabilité est :

Valeurs x_i	x_1	...	x_n
$P(X = x_i)$	p_1	...	p_n

Définition

L'**espérance** de X est le nombre $E(X)$ défini par $E(X) = p_1 x_1 + \dots + p_n x_n$

Lorsque l'espérance de gain d'un jeu d'argent vaut 0, on dit que le jeu est **équitable**.

Exemple

Un casino propose à ses clients un jeu dont la mise est 9 €.

Après avoir payé sa mise, le joueur lance un dé à 6 faces. S'il obtient 6, alors le casino lui donne 50 €.

L'espérance de gain du joueur est : $E(G) = \dots$ donc $E(G) = \dots$

Après un grand nombre de parties, le joueur aura

Définitions

La **variance** de X est le nombre $V(X)$ défini par $V(X) = p_1 (x_1 - E(X))^2 + \dots + p_n (x_n - E(X))^2$

L'**écart-type** de X est le nombre $\sigma(X)$ défini par $\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$

Exemple

La variance du gain du joueur de casino décrit précédemment vaut : =

L'écart-type du gain vaut : =

Après,

Remarques

- La variance est la moyenne
- La variance est aussi la moyenne des carrés moins le carré de la moyenne : $V(X) = \dots$

12-01 Application du cours

Un joueur lance simultanément deux dés à 4 faces.



- Si au moins l'un des deux résultats est 4, alors le joueur reçoit 5 €.
 - Si aucun des résultats n'est 4, alors le joueur doit payer la somme du résultat des deux dés, en euros.
1. Définir l'univers de l'expérience aléatoire en choisissant des issues équiprobables.
 2. Déterminer les valeurs prises par le gain algébrique G du joueur.
 3. Construire le tableau de la loi de probabilité de G .
 4. Calculer l'espérance de G .
 5. Interpréter le résultat précédent dans le contexte du problème.
 6. Calculer l'écart-type de G avec au moins une étape de calcul.
 7. Reprendre chaque question en multipliant les gains par 2 et en ajoutant 1 € à chaque gain.