10-02 Représentations paramétriques

Dans ce paragraphe, on se place dans un repère orthonormé de l'espace (O ; $\vec{i}$, $\vec{j}$, $\vec{k}$)

Définition

Soient un point $A(x_A\,;\,y_A\,;\,z_A)$ et un vecteur $\vec{u}$ $(a\,;\,b\,;\,c)$ de l'espace.

La droite (d) passant par A de vecteur directeur $\vec{u}$ est l'ensemble des points $M(x\,;\,y\,;\,z)$ de l'espace tels que ....

Cela permet d'écrire la **représentation paramétrique de (*d*)** : $\begin{cases} x = \\ y = \\ z = \end{cases}$ **(avec $t \in \mathbb{R}$)**

Exemple

Soient le point $A(3\,;\,-2\,;\,1)$ et le vecteur $\vec{u}\left(-5\,;7\,;9\right)$ de l'espace.

La droite .... a pour représentation paramétrique : $\begin{cases} \\ \\ \end{cases}$ (........)

Cette droite passe aussi, par exemple, par le point B(................................) qui correspond à t = ...

Définition

Soient un point $A(x_A\,;\,y_A\,;\,z_A)$ et deux vecteurs $\vec{u}$ $(a\,;\,b\,;\,c)$ et $\vec{u}\,'$ $(a'\,;\,b'\,;\,c')$ de l'espace.

Le plan (P) passant par A de direction ($\vec{u}$; $\vec{u}\,'$) est l'ensemble des points $M(x\,;\,y\,;\,z)$ de l'espace tels que ....

Cela permet d'écrire la **représentation paramétrique de (*P*)** : $\begin{cases} x = \\ y = \\ z = \end{cases}$ **avec $(t\,;\,t') \in \mathbb{R}^2$**

Exemple

Soient le point $A(3\,;\,-2\,;\,1)$ et les vecteur $\vec{u}\left(-5\,;7\,;9\right)$ et $\vec{u}\,'\left(-1\,;0\,;1\right)$ de l'espace.

Le plan .... a pour représentation paramétrique : $\begin{cases} \\ \\ \end{cases}$ (..........)

Cette droite passe aussi, par exemple, par le point B(................................) qui correspond à ....

10-02 Applications du cours

Application 1

Soit (*d*) la droite de l'espace ayant pour représentation paramétrique : $\begin{cases} x = 4 + t \\ y = 1 - 3t \\ z = -2t \end{cases}$ $(t \in \mathbb{R})$

1. Déterminer si le point *A*(2 ; 7 ; -4) appartient à (*d*).

2. Déterminer si la droite (*d'*) d'équation paramétrique $\begin{cases} x = 5 \\ y = -2 + 5t \\ z = 4 - 3t \end{cases}$ $(t \in \mathbb{R})$ est sécante avec (*d*).

3. Déterminer les coordonnées du point *B*, intersection de (*d*) avec le plan $(O ; \vec{i}, \vec{j})$.

4. Écrire une équation paramétrique de la droite (*AB*).

Application 2

On considère trois droites de l'espace (d_1), (d_2) et (d_3) de représentations respectives :

(d_1) : $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2 + 3t \\ z = -4t \end{cases}$ $(t \in \mathbb{R})$ (d_2) : $\begin{cases} x = 2 + 3t \\ y = 4 - t \\ z = -1 + 2t \end{cases}$ $(t \in \mathbb{R})$ (d_3) : $\begin{cases} x = -3 + 4t \\ y = 4 - t \\ z = -6 + 5t \end{cases}$ $(t \in \mathbb{R})$

Démontrer que deux de ces droites et seulement deux sont sécantes et préciser leur point d'intersection.

Application 3

Dans l'espace, on considère les points *A*(-1 ; 5 ; 2), *B*(0 ; -3 ; 4), *C*(7 ; 2 ; -6) et *D*(-4 ; -1 ; 3).

Soit le vecteur $\vec{u}(2 ; -1 ; -4)$. Soit (*d*) la droite passant par *D* de vecteur directeur $\vec{u}$.

1. Déterminer une équation paramétrique du plan (*ABC*).

2. Déterminer si *D* appartient à (*ABC*).

3. Déterminer l'intersection de (*ABC*) avec la droite (*d*).

4. Déterminer les coordonnées du projeté orthogonal *H* de *B* sur (*d*).