

05-06 Le triangle de Pascal

Définition

On appelle **triangle de Pascal** le tableau ci-contre.

La première ligne contient des entiers k .

La première colonne contient des entiers n .

Chaque case blanche contient le nombre $\binom{n}{k}$.

$n \setminus k$	0	1	2	3	4	5
0						
1						
2						
3						
4						
5						

Remarque

$$(a + b)^2 = a^2 + \dots + b^2$$

$$(a + b)^3 = a^3 + \dots + b^3$$

$$(a + b)^4 = a^4 + \dots + b^4$$

Les coefficients binomiaux de la ligne sont utilisés dans le développement de l'expression

Propriétés

- Pour tout entier naturel n on a : $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k} = \dots$
- Pour tout couple d'entiers naturels (k, n) tels que $k \leq n$ on a : $\binom{n}{k} = \dots$
- Pour tout couple d'entiers naturels (k, n) tels que $0 < k \leq n$ on a : $\binom{n+1}{k} = \dots$

Démonstrations

- Les d'un ensemble à n éléments sont les , de 0 à n éléments, de cet ensemble.
- « Choisir, c'est » (André Gide).
Sélectionner k éléments parmi n revient à désélectionner éléments.
- Les combinaisons de k éléments parmi $(n + 1)$ sont celles que l'on avait avec éléments, auxquelles s'ajoutent

05-06 Applications du cours

Application 1

Partant de la ville de Paris, des amis organisent un voyage en Europe en visitant les capitales suivantes : Copenhague, Zagreb, Amsterdam, Bruxelles et Stockholm.

1. Combien y a-t-il d'itinéraires possibles ?
2. Combien y a-t-il d'itinéraires possibles qui se terminent par Stockholm ?
3. Combien y a-t-il d'itinéraires possibles où l'on visite Copenhague avant Stockholm ?

Application 2

Dix athlètes dont une Française participent à la finale d'un concours de saut à la perche. On appelle podium un triplet d'athlètes.

1. Combien y a-t-il de podiums possibles ?
2. Combien y a-t-il de podiums avec la Française ?
3. Combien y a-t-il de podiums avec la Française en première position ?

Application 3

Dans un jeu de 36 cartes contenant les valeurs 6, 7, 8, 9, 10, Valet, Dame, Roi et As, on appelle main tout ensemble de 5 cartes.

1. Combien y a-t-il de mains différentes ?
2. Combien y a-t-il de mains différentes contenant au moins un pique ?
3. Combien y a-t-il de mains différentes contenant au plus un pique ?
4. Combien y a-t-il de mains différentes contenant exactement 1 dame et 2 piques ?