03-05 Activité

Soit les fonction *f* et *F* définies sur [0 ; +∞[par $f(x)=e^x-x$ et $F(x)=e^x-\dfrac{x^2}{2}$.

1. **a]** Calculer la fonction dérivée *f'*.
b] Démontrer que *f* est strictement croissante sur [0 ; +∞[.
c] Démontrer que *f*(*x*) > 0 sur [0 ; +∞[.

2. **a]** Démontrer que *F* est strictement croissante sur [0 ; +∞[.
b] Démontrer que *F*(*x*) > 0 sur [0 ; +∞[.

3. Déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^x}{x}$.

03-05 Activité

Soit les fonction *f* et *F* définies sur [0 ; +∞[par $f(x)=e^x-x$ et $F(x)=e^x-\dfrac{x^2}{2}$.

1. **a]** Calculer la fonction dérivée *f'*.
b] Démontrer que *f* est strictement croissante sur [0 ; +∞[.
c] Démontrer que *f*(*x*) > 0 sur [0 ; +∞[.

2. **a]** Démontrer que *F* est strictement croissante sur [0 ; +∞[.
b] Démontrer que *F*(*x*) > 0 sur [0 ; +∞[.

3. Déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^x}{x}$.

03-05 Activité

Soit les fonction *f* et *F* définies sur [0 ; +∞[par $f(x)=e^x-x$ et $F(x)=e^x-\dfrac{x^2}{2}$.

1. **a]** Calculer la fonction dérivée *f'*.
b] Démontrer que *f* est strictement croissante sur [0 ; +∞[.
c] Démontrer que *f*(*x*) > 0 sur [0 ; +∞[.

2. **a]** Démontrer que *F* est strictement croissante sur [0 ; +∞[.
b] Démontrer que *F*(*x*) > 0 sur [0 ; +∞[.

3. Déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{e^x}{x}$.

03-05 Croissances comparées

Propriétés des croissances comparées

- Pour tout entier naturel $n \geqslant 1$ on a $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{e^x}{x^n}$ = ...
- Pour tout entier naturel $n \geqslant 1$ on a $\lim\limits_{x \to +\infty} x^n e^{-x}$ = ...

Remarques

On retiendra que la croissance .... est plus forte que celle de n'importe quel ....

Propriété

$$\lim_{x \to 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$$

Démonstration

Le nombre dérivé de la fonction exponentielle en 0 vaut ....

Le nombre dérivé d'exponentielle en 0 est aussi égal, par définition, à ....

D'où ....

Remarque

On peut aussi comprendre cette propriété ainsi :

la fonction $x \mapsto \exp(x) - 1$ se comporte en 0 comme ....