

01-02 Généralités sur les suites

Définitions

On note $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la **suite** des nombres premiers :

- Le quatrième **terme** est : =
- Le **rang** du quatrième terme est
- La **valeur** du quatrième terme est

Mode de génération d'une suite (u_n)

Il existe trois façons principales de définir une suite (u_n) :

- par récurrence : on exprime en fonction de
- explicite : on exprime en fonction de
- rédigée : par exemple la suite

Croissance d'une suite

Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite.

- Si, pour tout entier n , on a $u_{n+1} \geq u_n$ alors la suite (u_n) est
- Si, pour tout entier n , on a $u_{n+1} = u_n$ alors la suite (u_n) est
- Si, pour tout entier n , on a alors la suite (u_n) est **décroissante**.
- Dans tous les autres cas, la suite est

Bornes d'une suite

Soit $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ une suite.

- S'il existe un nombre M tel que, pour tout entier n , on a $u_n \leq M$ alors la suite (u_n) est
On dit que M est un de la suite.
- S'il existe un nombre m tel que, pour tout entier n , on a $u_n \geq m$ alors la suite (u_n) est
On dit que m est un de la suite.
- Si la suite (u_n) est à la fois majorée et minorée alors on dit qu'elle est

01-02 Application du cours

Application 1

On définit les suite (u_n) et (v_n) telles que, pour tout entier naturel n , on a
$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{u_n}{\sqrt{u_n^2 + 1}} \end{cases} \text{ et } v_n = \frac{1}{u_n^2}.$$

1. Afficher les premiers termes des suites (u_n) et (v_n) à l'aide d'un tableur et émettre une conjecture concernant l'expression explicite de (v_n) .
2. Démontrer la conjecture précédente.
3. Exprimer u_n en fonction de n pour tout entier naturel n .

Application 2 La suite de Syracuse compressée

Soit N un entier naturel non nul. On définit la suite $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ ainsi :
$$\begin{cases} u_0 = N \\ u_{n+1} = \frac{1}{2} u_n \text{ si } u_n \text{ est pair} \\ u_{n+1} = \frac{1}{2} (3 u_n + 1) \text{ si } u_n \text{ est impair} \end{cases}$$

1. **a]** Calculer les huit premiers termes de la suite quand on prend $N = 10$.
b] Que peut-on affirmer concernant la monotonie et les bornes de (u_n) lorsque $u_0 = 10$?
2. **a]** Rédiger en langage Python la fonction `syracuse(u)` renvoyant le terme qui suit un terme valant u .
b] Rédiger la fonction `nterms(N,n)` renvoyant la liste des n premiers termes de la suite avec $u_0 = N$. Tester cette fonction pour vérifier la réponse à la question **1.a]**.
3. La suite (u_n) est-elle bornée lorsque $u_0 = 27$?