10-02 Paramètres d'une variable aléatoire à densité

Définition

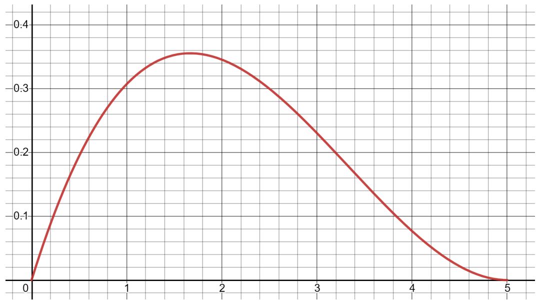
Soit X une variable aléatoire continue de densité f de support $[a\,;b]$.

L'**espérance** de X est $\boldsymbol{E(X)=\int_a^b x f(x)\,\mathrm{d}x}$

Remarque

On peut voir une intégrale comme une somme infinie de termes. Ainsi, l'intégrale $\int f(x)\,\mathrm{d}x$ peut se lire comme la somme infinie des produits $f(x)$ dx c'est-à-dire des aires des rectangles de hauteur $f(x)$ et de base dx, où dx est une longueur infinitésimale.

L'espérance d'une variable aléatoire continue est donnée par la somme infinie des $p_i x_i$ où p_i est $f(x_i)$.



Exemple

Soit la fonction de densité f de support [0;5] définie pour tout x de [0;5] par : $f(x)=\dfrac{12}{625}x(x-5)^2$.

Soit X la variable aléatoire de densité f.

L'espérance de X vaut :

$$E(X)=\frac{12}{625}\int_0^5 x^2(x-5)^2\,\mathrm{d}x$$

$$E(X)=\frac{12}{625}\int_0^5 x^4-10x^3+25x^2\,\mathrm{d}x$$

$$E(X)=\frac{12}{625}\left[\frac{1}{5}x^5-\frac{10}{4}x^4+\frac{25}{3}x^3\right]_0^5$$

$$E(X)=\frac{12}{625}\times\left(\frac{3125}{5}-\frac{6250}{4}+\frac{3125}{3}\right)$$

Donc $E(X) = 2$.

Définitions

Soit X une variable aléatoire continue de densité f de support $[a\,;b]$.

La **variance** de X est $\boldsymbol{V(X)=\int_a^b (x-E(X))^2 f(x)\,\mathrm{d}x}$

L'**écart-type** de X est $\boldsymbol{\sigma(X)=\sqrt{V(X)}}$

10-02 Paramètres d'une variable aléatoire à densité

Définition

Soit X une variable aléatoire continue de densité f de support $[a\,;b]$.

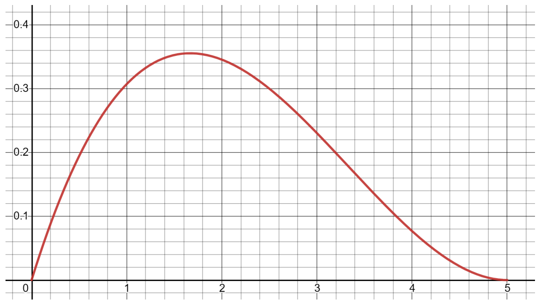
L'**espérance** de X est $E(X)=\int_a^b x\,f(x)\,\mathrm{d}x$

Remarque

On peut voir une .... comme une somme infinie de termes.

Ainsi, l'intégrale $\int f(x)\,\mathrm{d}x$ peut se lire comme la somme infinie des produits $f(x)$ dx c'est-à-dire des aires des rectangles de hauteur .... et de base .... où dx est une longueur infinitésimale.

L'espérance d'une variable aléatoire continue est la somme infinie des p_ix_i où p_i est ....



Exemple

Soit la fonction de densité f de support [0;5] définie pour tout x de [0;5] par : $f(x)=\frac{12}{625}x(x-5)^2$.

Soit X la variable aléatoire de densité f.

L'espérance de X vaut : ....

....

....

....

....

Définitions

Soit X une variable aléatoire continue de densité f de support $[a\,;b]$.

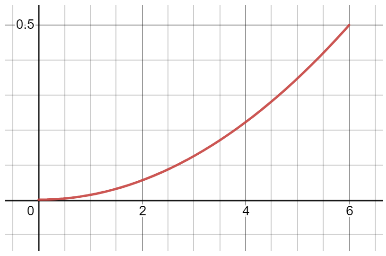
La **variance** de X est $V(X)=\int_a^b (x-E(X))^2 f(x)\,\mathrm{d}x$

L'**écart-type** de X est $\sigma(X)=\sqrt{V(X)}$

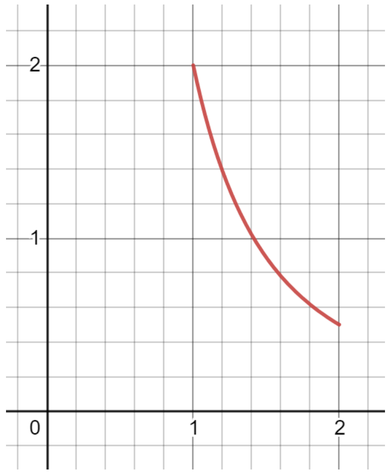
10-02 Exercice

Calculer l'espérance de la variable aléatoire *X* de densité *f*.

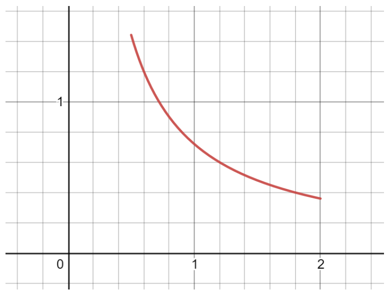
a] *f* de support [0 ; 6] définie par : $x \to \dfrac{x^2}{72}$



b] *f* de support [1 ; 2] définie par : $x \to \dfrac{2}{x^2}$



c] *f* de support [0,5 ; 2] définie par : $x \to \dfrac{1}{2x\ln 2}$



d] *f* de support [-1 ; 2] définie par : $x \to \dfrac{1}{3}$