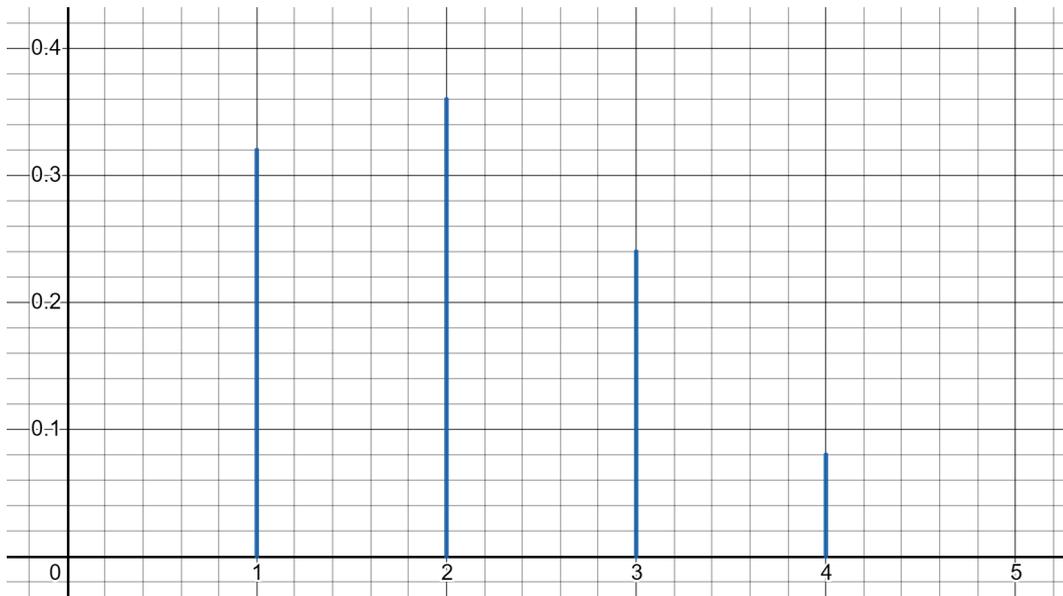


10-01 Activité

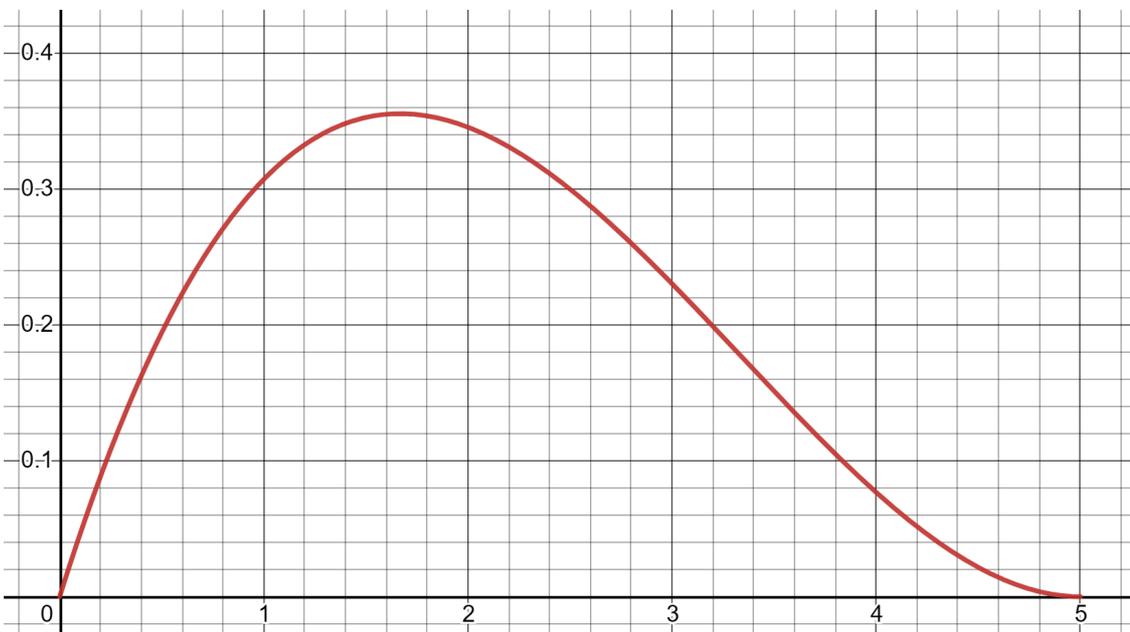
1. Soit une variable aléatoire X prenant ses valeurs dans $\{1;2;3;4\}$ et représentée ci-dessous.



- Construire la loi de probabilité de X .
- Calculer l'espérance de X .
- Calculer l'écart-type de X .

2. Soit f définie pour tout x de $[0;5]$ par : $f(x) = \frac{12}{625} x(x-5)^2$

La courbe (C_f) représentant f est tracée ci-dessous.



On nomme S la surface délimitée par la courbe (C_f) et l'axe des abscisses.

- Déterminer une primitive F de f .
- Calculer l'aire de la surface S .
- On choisit au hasard un point de S . Calculer la probabilité que son abscisse soit comprise entre 0 et 3.

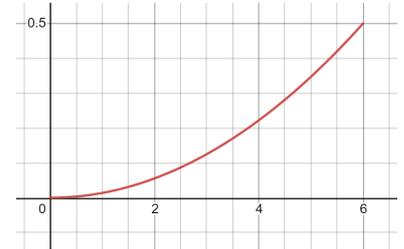
10 Lois de probabilités à densité

10-01 Variable aléatoire à densité

Définition

Une **fonction de densité** de support I est une fonction f telle que :

- f est définie et continue sur I .
- f est positive sur I .
- f est nulle en dehors de I .
- L'aire totale sous la courbe représentative de f vaut 1.



Exemple

La fonction f définie pour tout x de $[0;6]$ par : $f(x) = \frac{x^2}{72}$ est une fonction de densité de support $[0;6]$.

Définition

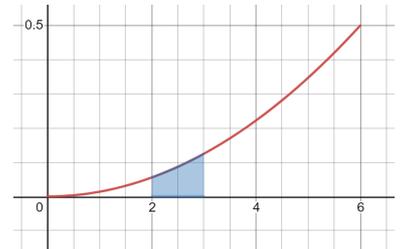
Une fonction de densité f de support I permet de définir la **variable aléatoire X de densité f** telle que,

pour tout intervalle $[a ; b]$ inclus dans I , on a : $P(X \in [a ; b]) = \int_a^b f(x) dx$

Exemple

X représente un nombre réel pris entre 0 et 6 avec la densité de probabilité f définie dans l'exemple précédent.

La probabilité pour que X soit entre 2 et 3 vaut : $P(X \in [2 ; 3]) = \int_2^3 \frac{x^2}{72} dx$



Remarques

- Compte tenu qu'il y a une infinité de nombres réels dans l'intervalle $[2;3]$ on a par exemple $P(X = 2) = 0$.
- La fonction F définie pour tout réel t par $F(t) = \int_{-\infty}^t f(x) dx$ est appelée **fonction de répartition de f** .
C'est une primitive de f .

Exemple

La fonction de répartition de $f(x) = \frac{x^2}{72}$ de support $[0;6]$ est $F(t) = \frac{x^3}{216}$.

On a par exemple $F(4,8) = 0,512$.

