05-04 Propriétés algébriques

Propriété

Pour tous réels a et b strictement positifs on a : $\ln(ab) = \ln(a) + \ln(b)$

Démonstration

Soient a et b deux réels strictement positifs.
Soient x et y les deux réels tels que : $a = e^x$ et $b = e^y$.

On a :

- $\ln(a) = \ln(e^x)$
  $= x$
- $\ln(b) = \ln(e^y)$
  $= y$
- $\ln(ab) = \ln(e^x \times e^y)$
  $= \ln(e^{x+y})$
  $= x + y$

Par conséquent : $\ln(a) + \ln(b) = \ln(ab)$

Propriétés

Pour tout réel a strictement positif et tout entier naturel n on a :

- $\ln(a^n) = n\ln(a)$

Pour tout réel a strictement positif on a :

- $\ln\left(\frac{1}{a}\right) = -\ln(a)$
- $\ln(\sqrt{a}) = \frac{1}{2}\ln(a)$

Pour tous réels a et b strictement positifs on a :

- $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln(a) - \ln(b)$

05-04 Propriétés algébriques

Propriété

Pour tous réels a et b strictement positifs on a : $\ln(ab) = \ln(a) + \ln(b)$

Démonstration

Soient a et b deux réels strictement positifs.
Soient x et y les deux réels tels que : $a = e^x$ et $b = e^y$.

On a :

- $\ln(a) =$ ....

  $=$ ....

- $\ln(b) =$ ....

  $=$ ....

- $\ln(ab) =$ ....

  $=$ ....

  $=$ ....

Par conséquent : .... = ...

Propriétés

Pour tout réel a strictement positif et tout entier naturel n on a :

- $\ln(a^n) = n\ln(a)$

Pour tout réel a strictement positif on a :

- $\ln\left(\frac{1}{a}\right) = -\ln(a)$
- $\ln(\sqrt{a}) = \frac{1}{2}\ln(a)$

Pour tous réels a et b strictement positifs on a :

- $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln(a) - \ln(b)$