05-03 La fonction logarithme népérien

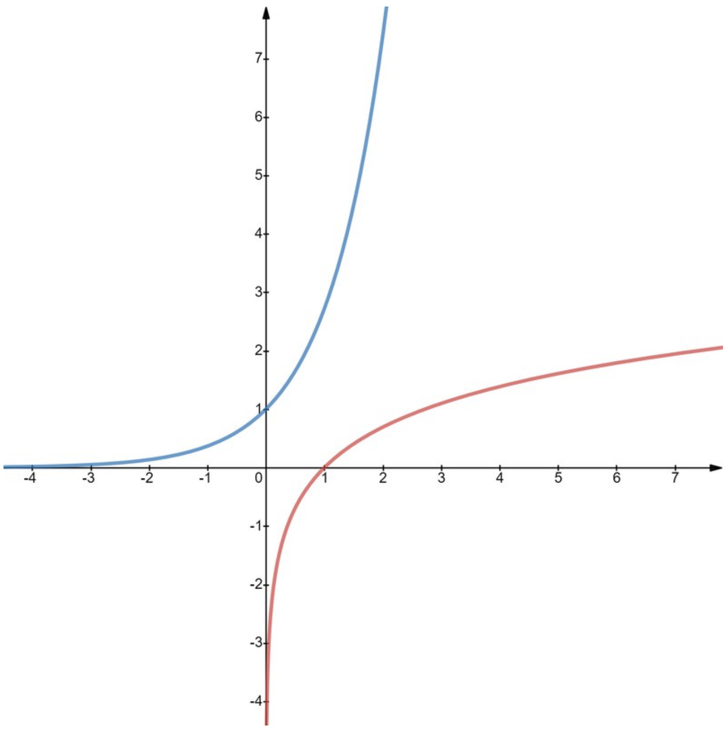
Définition et notation

On nomme **logarithme népérien** et l'on note **ln** la fonction réciproque d'exponentielle.

Remarques

- Le nom de cette fonction fait référence au mathématicien écossais John Napier (1550-1617).
- On déduit de la définition de ln que pour tout réel x on a $\ln(e^x) = x$.

Propriétés



- La fonction ln est définie, continue et dérivable sur]0 ; +∞[.
- Pour tout réel $x > 0$ on a $e^{\ln(x)} = x$
- La fonction ln est strictement croissante sur]0 ; +∞[.
- $\ln(1) = 0$
- $\ln(e) = 1$
- $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x > 0}} \ln x = -\infty$
- $\lim\limits_{x \to +\infty} \ln x = +\infty$

Remarques

- Le fait que la fonction ln soit continue et monotone sur]0 ; +∞[entraîne que l'on peut l'appliquer à toute équation dont les membres sont strictement positifs.
  L'équation $A = B$ (avec $A > 0$ et $B > 0$) est équivalente à l'équation $\ln(A) = \ln(B)$.
- De plus, le fait que ln soit strictement croissante sur]0 ; +∞[entraîne que l'on peut l'appliquer à toute inéquation dont les membres sont strictement positifs sans changer le sens de l'inéquation.
  L'inéquation $A < B$ (avec $A > 0$ et $B > 0$) est équivalente à l'inéquation $\ln(A) < \ln(B)$.

05-03 La fonction logarithme népérien

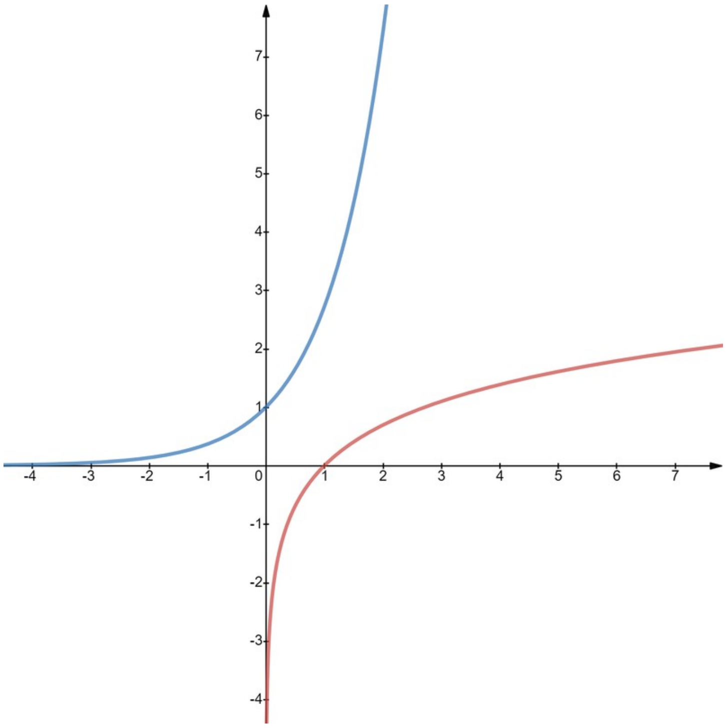
Définition et notation

On nomme **logarithme népérien** et l'on note **ln** la fonction réciproque d'exponentielle.

Remarques

- Le nom de cette fonction fait référence au mathématicien écossais ....
- On déduit de la définition de ln que, pour tout réel x, on a ln(...............) = ...

Propriétés



- La fonction ln est définie, continue et dérivable sur ....
- Pour tout réel $x > 0$ on a $e^{\cdots\cdots}$ = ...
- La fonction ln est strictement .... sur ....
- ln(1) = ...
- ln(e) = ...
- $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x > 0}} \ln x =$ ....
- $\lim\limits_{x \to +\infty} \ln x =$ ....

Remarques

- Le fait que la fonction ln soit .... sur]0 ; +∞[entraîne que l'on peut l'appliquer à toute équation dont les membres sont strictement positifs.

  L'équation $A = B$ (avec $A > 0$ et $B > 0$) est équivalente à l'équation ....

- De plus, le fait que ln soit .... sur]0 ; +∞[entraîne que l'on peut l'appliquer à toute inéquation dont les membres sont strictement positifs sans changer le sens de l'inéquation.

  L'inéquation $A < B$ (avec $A > 0$ et $B > 0$) est équivalente à l'inéquation ....

05-03 Exercices

Exercice 1

Résoudre les équations suivantes.

a] $e^x = 4$

b] $e^{2x} = 10$

c] $e^{3x} = -3$

d] $e^x = 0$

e] $e^{x^2} = 9$

f] $e^{2x+5} - 3 = 2$

g] $3 + e^{x-2} = 2$

h] $-10 + e^{x^2+2} = -3$

i] $\ln x = 2$

j] $7 + 2\ln x = 5$

Exercice 2

Déterminer l'ensemble de définition des équations suivantes puis les résoudre.

a] $\ln(-x^2 - x + 2) = 0$

b] $\ln(2x + 3) = 1$

c] $\ln(x^2 + 1) = 2$

d] $\ln(x^2 + x) = 0$

Exercice 3

Déterminer l'ensemble de définition de l'équation suivante puis la résoudre : $(\ln(x + 1))^2 - 2\ln(x + 1) - 8 = 0$

Exercice 4

Déterminer l'ensemble de définition de l'inéquation suivante puis la résoudre : $3\ln(2x - 1) - 1 < 5$