01-05 Comparaison de limites

Propriété

Soient deux suites (u_n) et (u'_n) ayant pour limites respectives L et L'.
Si, à partir d'un certain rang, on est certain que $u_n < u'_n$ alors on peut affirmer que $L < L'$.

Exemple

Soit la suite (u_n) telle que pour tout n on a $u_n = n + \cos(n)$

On sait que $-1 \leq \cos(n) \leq 1$

Donc pour tout n on a $n - 1 \leq u_n$

Par conséquent, comme $\lim\limits_{n \to +\infty} n - 1 =$ .... alors on peut affirmer que ....

Théorème des gendarmes

Soient deux suites (u_n) et (v_n) ayant toutes deux pour limite L.
Soit une suite (w_n) dont on sait qu'à partir d'un certain rang on a toujours $u_n \leq w_n \leq v_n$
Alors on peut affirmer que la suite (w_n) converge vers L.

Exemple

Soit la suite (u_n) telle que pour tout n on a $u_n = \dfrac{(-1)^n}{n}$

On sait que pour tout n on a .... $\leq u_n \leq$ ....

Comme $\lim\limits_{n \to +\infty} -\dfrac{1}{n} =$ .... et $\lim\limits_{n \to +\infty} \dfrac{1}{n} =$ .... alors ....