01-04 Activité

1. Soit la suite (a_n) telle que $a_n = n^3 - 5n^2 - 3n + 2$ pour tout entier n.

a] Conjecturer à l'aide d'une calculatrice la limite de la suite (a_n).

b] Factoriser a_n avec le facteur n^3 :

$$a_n = n^3(\quad \dots \quad - \quad \dots \quad - \quad \dots \quad + \quad \dots \quad)$$

La limite du deuxième facteur est

La limite de la suite (a_n) est donc

2. Soit la suite (b_n) telle que $b_n = -2n^5 + n^3 - 10$ pour tout entier n.

Factoriser b_n afin de déterminer la limite de la suite (b_n).

3. Déduire des questions précédentes une propriété des polynômes qui évitera de refaire tous ces calculs.

4. Déterminer la limite de la suite (c_n) telle que $c_n = \dfrac{n-2}{2n+1}$ pour tout entier n.

01-04 Des limites à connaître

Propriété

Un polynôme se comporte en l'infini comme son terme de plus haut degré.

Exemple

$$\lim_{n \to +\infty} 5n^3 - 14n^2 - n + 9 = \lim_{n \to +\infty} 5n^3$$

Propriétés

Soit la suite arithmétique (u_n) de premier terme u_0 et de raison r.

- Si $r > 0$ alors la suite (u_n) ....
- Si $r = 0$ alors la suite (u_n) ....
- Si $r < 0$ alors la suite (u_n) ....

Propriété

Soit la suite géométrique (v_n) de premier terme $v_0 \neq 0$ et de raison q.

- Si $q > 1$ alors la suite (v_n) ....
- Si $q = 1$ alors la suite (vn) ....
- Si $0 < q < 1$ alors la suite (v_n) ....
- Si $q = 0$ alors la suite (v_n) ....
- Si $-1 < q < 0$ alors la suite (v_n) ....
- Si $q < -1$ alors la suite (v_n) ....