



**07-02 Applications du cours****Application 1**

Décomposer les nombres suivants en produits de facteurs premiers et préciser combien ils ont de diviseurs.

a] 80

b] 16 766

c] 756

**Application 2**

Utiliser la décomposition en produit de facteurs premiers pour déterminer le plus grand diviseur commun (PGCD) et le plus petit multiple commun (PPCM) de 11 250 et 53 900.

**Application 3**

Quel est le plus petit entier naturel par lequel on doit multiplier 1224 pour obtenir un cube parfait ?

**Application 4**

1. Quel est le plus petit entier possédant exactement 28 diviseurs positifs ?
2. Déterminer tous les entiers naturels ayant exactement 6 diviseurs positifs et n'admettant que 5 et 7 comme diviseurs premiers.

**Application 5**

*Leonhard Euler (1707-1783), mathématicien et physicien suisse.*

L'**indicatrice d'Euler** est la fonction notée  $\varphi$  qui, à tout entier naturel non nul  $n$ , associe le nombre d'entiers compris entre 1 et  $n$  premiers avec  $n$ .



1. Compléter.

$n$	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$\varphi(n)$												

2. Compléter : « Si  $p$  est premier alors  $\varphi(p) = \dots$  ». Démontrer.
3. a] Écrire la fonction **pgcd(a,b)** qui renvoie le PGCD de deux entiers naturels non nuls  $a$  et  $b$ .  
b] Écrire la fonctions **phi(n)** qui renvoie la valeur de  $\varphi(n)$  pour un entier naturel non nul  $n$ .
4. Compléter : « Si  $p$  et  $q$  sont des nombres premiers distincts alors premier alors  $\varphi(pq) = \dots$  ». L'admettre.
5. Compléter : « Si  $p$  est premier et  $\alpha \in \mathbb{N}^*$  alors  $\varphi(p^\alpha) = \dots$  ». L'admettre.
6. Examiner la conjecture suivante : « Si  $u$  et  $v$  sont des entiers naturels non nuls alors  $\varphi(uv) = \varphi(u) \times \varphi(v)$  ».