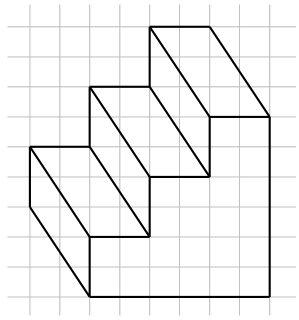
Exercices de 5ème – Chapitre 8 – Volumes

Énoncés

Exercice 1



1. Quel est la nature précise du solide représenté ci-contre ?
Compléter sa perspective cavalière.

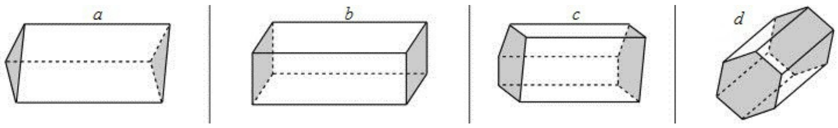
2. Donner le nombre de sommets, d'arêtes et de faces de ce solide.

3. Quelle est la nature des faces latérales de ce solide et la nature de leur représentation ?

4. Repasser d'une même couleur les arêtes de ce solide qui ont la même longueur.

Exercice 2

On donne les quatre solides ci-contre :



1. Quel est leur point commun ?

2. Quels sont les trois noms possibles de *b* ?

3. Compléter le tableau ci-contre.

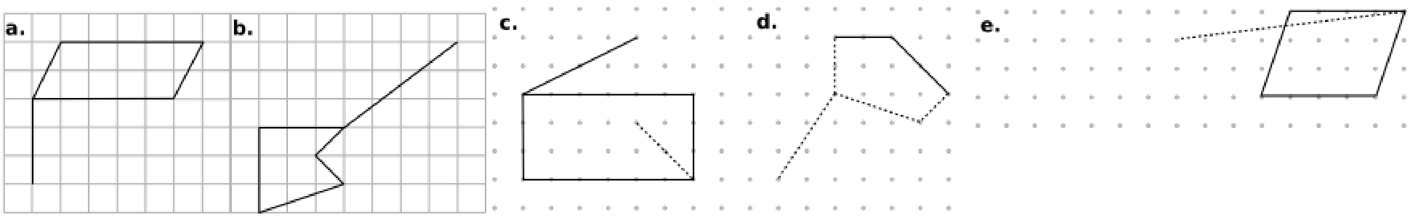
Solide	*a*	*b*	*c*	*d*
Nombre de sommets				
Nombre d'arêtes				
Nombre de faces				

4. Quel lien y a-t-il entre le nombre de sommets et :
a] le nombre d'arêtes ?
b] le nombre de faces ?

5. Interpréter les résultats de la question précédente en termes de proportionnalité.

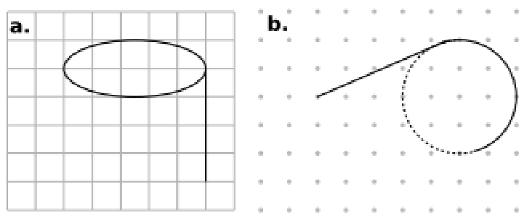
Exercice 3

Dans chaque cas, compléter le dessin de façon à obtenir la représentation en perspective cavalière d'un prisme droit.



Exercice 4

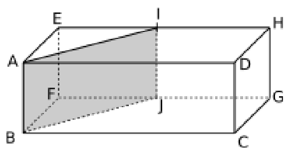
Compléter chaque dessin de façon à obtenir la représentation en perspective cavalière d'un cylindre de révolution.



Exercice 5

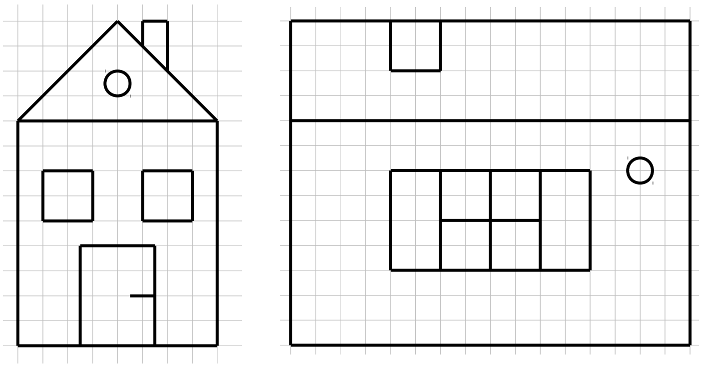
ABCDEFGH est un parallélépipède rectangle.
On coupe ce parallélépipède en suivant le rectangle *AIJB*.

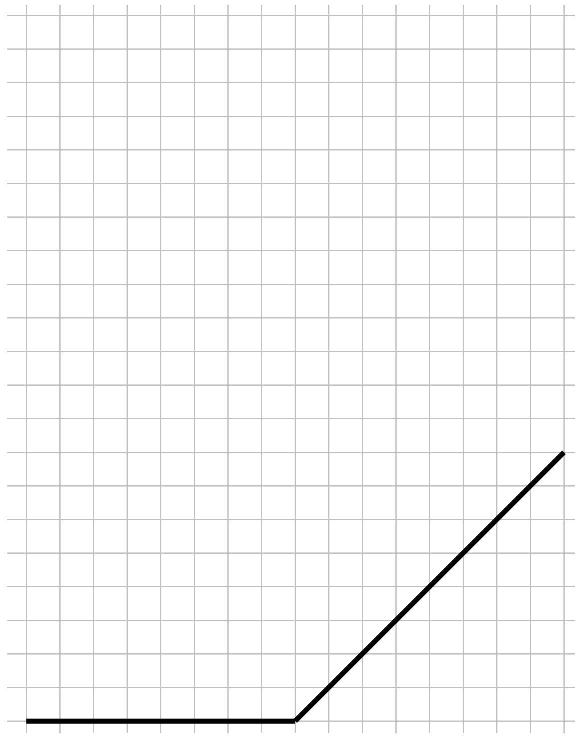
Dessiner une représentation en perspective du prisme droit *AEIBFJ*, le triangle *AEI* étant vu de face.



Exercice 6

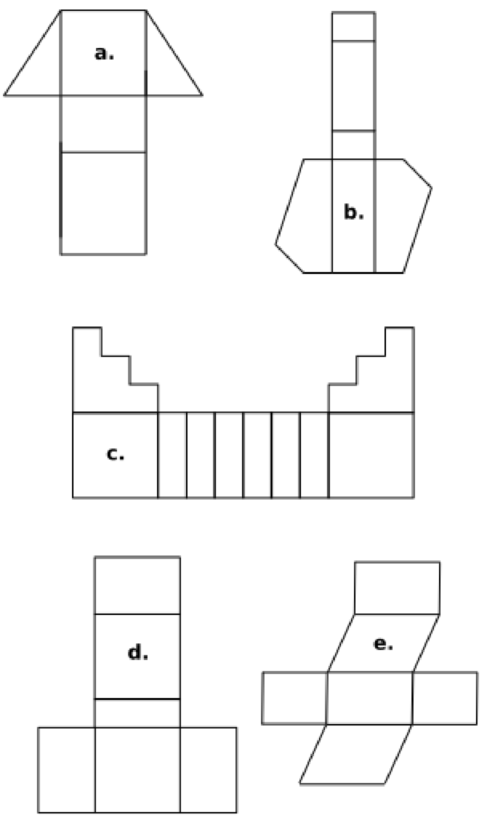
On donne ci-dessous les vues de face et de droite d'une maison.
Compléter la représentation en perspective cavalière de cette maison, en ne dessinant pas les traits cachés.





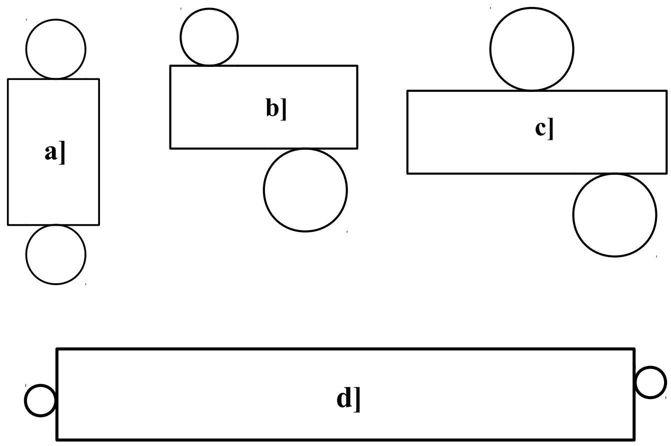
Exercice 7

Parmi les figures suivantes, désigner les patrons de prismes droits.



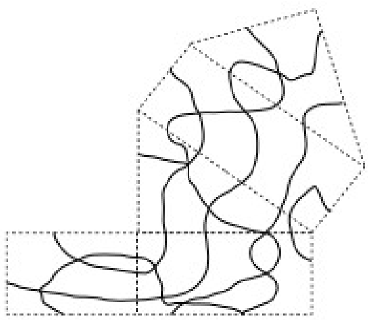
Exercice 8

Parmi les figures suivantes, désigner les patrons de cylindres.



Exercice 9

Colorier le patron ci-contre pour que, une fois le prisme construit, une même zone soit de la même couleur.

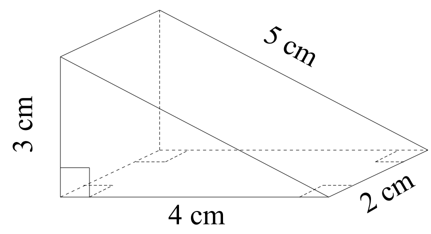


Exercice 10

Construire les patrons :

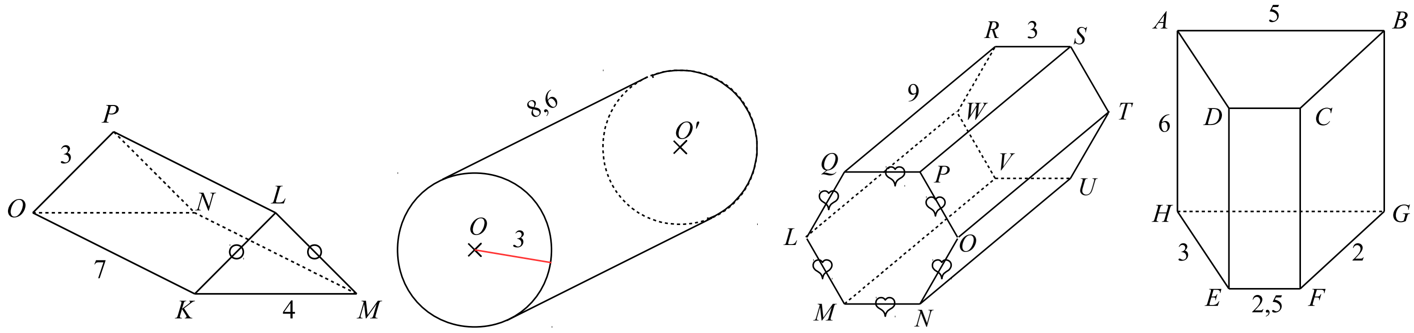
a] du prisme droit représenté ci-contre :

b] d'un cylindre de 2,5 cm de rayon de base et de 5 cm de hauteur.



Exercice 11

Calculer l'aire latérale des solides ci-dessous, dont les dimensions sont données en cm.



Exercice 12

On considère un cylindre de révolution.
Compléter le tableau ci-contre.

Rayon de la base	Diamètre de la base	Hauteur	Aire latérale
5 cm		3 cm	
		2 cm	8 π cm²
	9 cm		40,5π cm²

Exercice 13

Calculer l'aire (arrondie au cm²) de l'étiquette placée autour d'une boîte de conserve cylindrique de 7,4 cm de diamètre et de 11 cm de hauteur sachant que l'étiquette se chevauche sur 1,4 cm pour le collage.

Exercice 14

L'emballage d'une barre de chocolat est un prisme droit de 30 cm de hauteur. La base est un triangle équilatéral de 6 cm de côté et dont on admettra que la hauteur vaut 5,1 cm.

Représenter l'emballage en perspective cavalière et calculer la surface de carton nécessaire pour le fabriquer.

Exercice 15

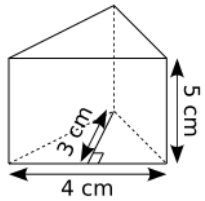
Un prisme de 12 cm de hauteur dont les bases sont des losanges a une aire latérale de 240 cm².

Calculer la longueur d'un côté de la base.

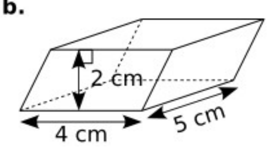
Exercice 16

Calculer les volumes des solides suivants :

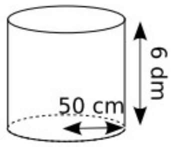
a.



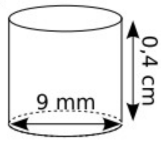
b.



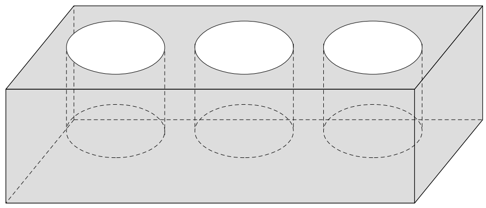
c.



d.



Exercice 17



On souhaite construire un bloc en béton percé de trois cylindres.
Chaque cylindre a un diamètre de 30 cm et une hauteur de 40 cm.
Un espace de 10 cm sépare les cylindres entre eux.
Un espace de 10 cm sépare les cylindres des parois du bloc.
Un espace de 10 cm sépare le fond des cylindres du fond du bloc.

1. Déterminer les dimensions extérieures du bloc.

2. Déterminer combien de litres de béton seront nécessaires, au cL près pour la fabrication du bloc.

Exercice 18

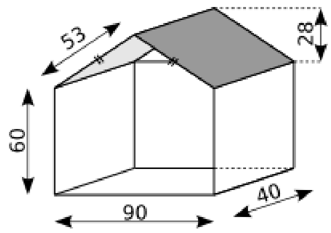
Pour 1 m^3 de béton, il faut 400 kg de ciment, 460 L de sable, 780 L de gravillons et 200 L d'eau.
Lors d'un chantier, un maçon doit construire quatre colonnes en béton de forme cylindrique, de 50 cm de rayon et de 4 m de hauteur.

Combien de sacs de 40 kg de ciment seront nécessaires ?

Exercice 19

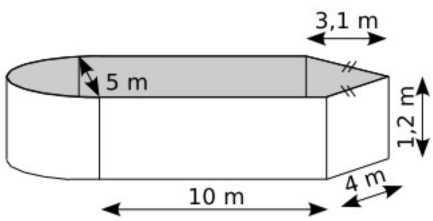
On souhaite construire la maison de poupée dont la représentation en perspective cavalière est donnée ci-contre, avec toutes les longueurs données en centimètres.

Sachant que le contre-plaqué choisi coûte 28,90 € le m², calculer le montant de la dépense, au dixième d'euro près.



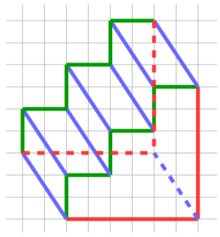
Exercice 20

Sachant que l'eau coûte environ 3€ le mètre cube, combien coûtera, à la dizaine d'euros près, le remplissage de la piscine représentée ci-contre, aux $\frac{5}{6}$ de sa hauteur ?



Corrigés

Exercice 1



1. Le solide est un **prisme à base octogonale**.

2. Le solide a **16 sommets**, **24 arêtes** et **10 faces**.

3. Les faces latérales du solide sont des **rectangles** ; elles sont représentées par des **parallélogrammes**.

4. Voir ci-contre.

Exercice 2

1. Ces quatre solides sont des **prismes droits**.

2. Le solide *b* est un **pavé droit**, ou **parallélépipède rectangle**, ou **prisme droit à base rectangulaire**.

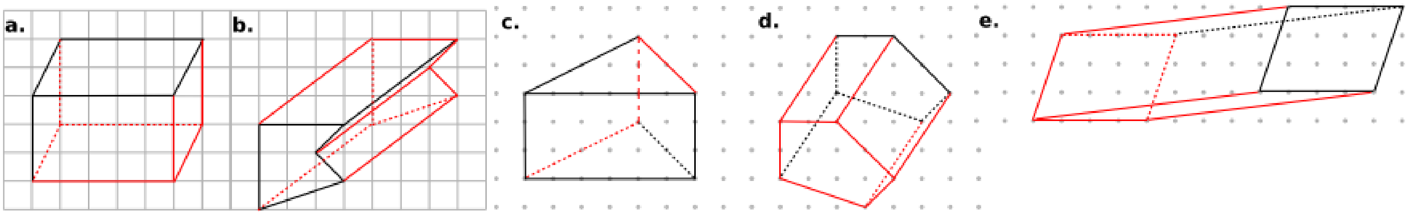
3. Voir ci-contre.

Solide	*a*	*b*	*c*	*d*
Nombre de sommets	**6**	**8**	**10**	**12**
Nombre d'arêtes	**9**	**12**	**15**	**18**
Nombre de faces	**5**	**6**	**7**	**8**

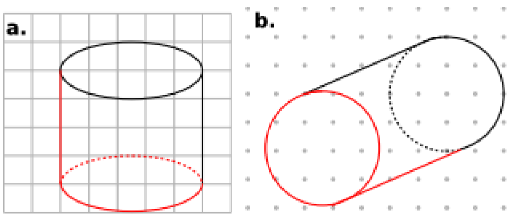
4.
   a] Le nombre d'arêtes est égal à 1,5 fois le nombre de sommets.
   b] À partir de 6 sommets, pour chaque face ajoutée, le nombre de sommets est augmenté de 2.

5. Le nombre d'arêtes est proportionnel au nombre de sommets, avec le coefficient 1,5.
   Le nombre de faces n'est pas proportionnel au nombre de sommets.

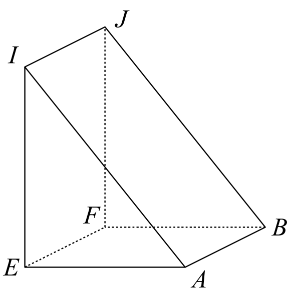
Exercice 3



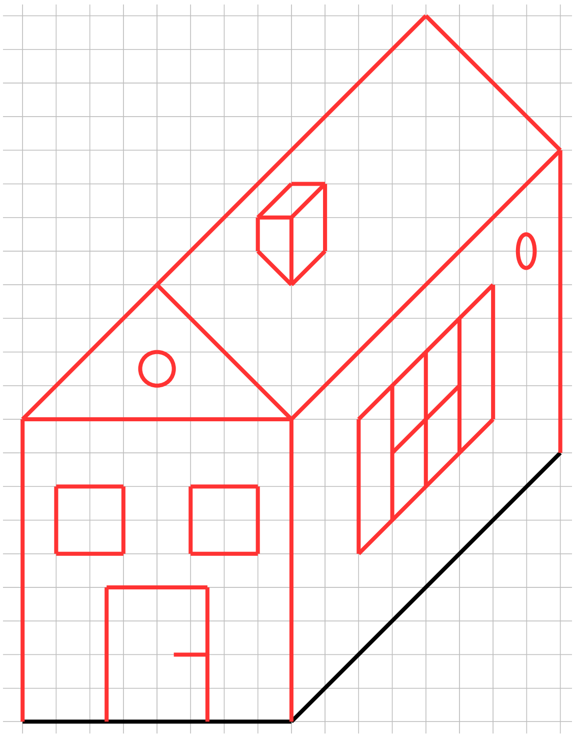
Exercice 4



Exercice 5



Exercice 6



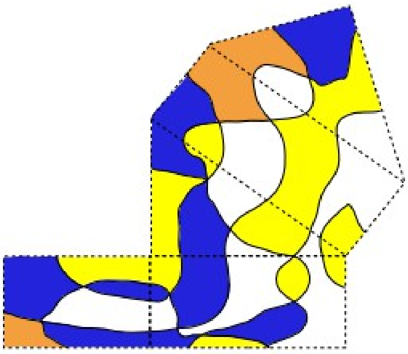
Exercice 7

Seul **a]** est un patron de prisme droit.

Exercice 8

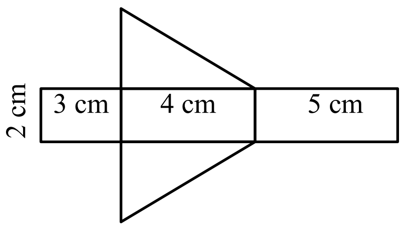
Seuls **c]** et **d]** sont des patrons de cylindres.

Exercice 9

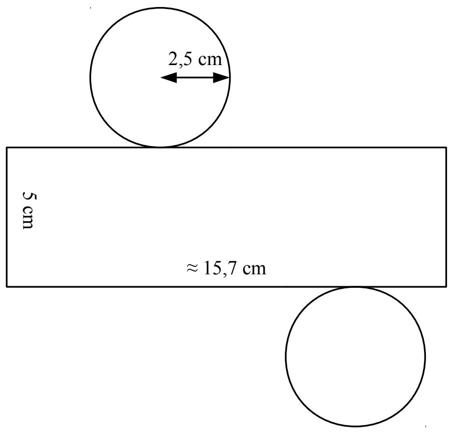


Exercice 10

a]



b] L'aire latérale du cylindre est celle d'un rectangle dont une dimension est 5 cm et l'autre est égale à la circonférence du disque de base soit $2\pi \times 2{,}5 = 5\pi$ cm.



Exercice 11

Solide 1 :
La surface latérale du prisme est composée de :
- 2 rectangles ayant chacun pour aire $3\times7 = 21$ cm².
- 1 rectangle d'aire $4\times7 = 28$ cm².

L'aire latérale du prisme vaut donc $2\times21 + 28 =$ **70 cm²**.

Solide 2 :
La surface latérale du cylindre est un rectangle dont une dimension est 8,6 cm et l'autre est égale à la circonférence de la base, soit $2\pi\times3 = 6\pi$ cm. L'aire latérale du cylindre vaut donc $6\pi\times8{,}6 =$ **51,6π cm²**.

Solide 3 :
La surface latérale du prisme est composée de 6 rectangles de 9 cm sur 3 cm. L'aire latérale vaut donc $6\times9\times3 =$ **162 cm²**.

Solide 4 :
Le périmètre de la base du prisme vaut $5 + 3 + 2 + 2{,}5 = 12{,}5$ cm.
L'aire latérale du prisme de hauteur 6 cm vaut donc $6\times12{,}5 =$ **75 cm²**.

Exercice 12

Rayon de la base	Diamètre de la base	Hauteur	Aire latérale
5 cm	**10 cm**	3 cm	**30 π cm²**
2 cm	**4 cm**	2 cm	8 π cm²
4,5 cm	9 cm	**4,5 cm**	40,5π cm²

Exercice 13

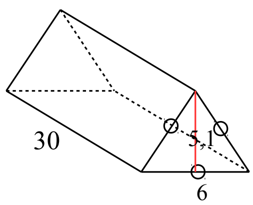
La surface latérale de la boîte de conserve est un rectangle dont une dimension est 11 cm et l'autre est égale à la circonférence de la base de diamètre 7,4 cm, soit 7,4π cm.

La longueur de l'étiquette vaut 7,4π + 1,4 cm et sa largeur vaut 11 cm. L'aire de l'étiquette vaut donc $11(7{,}4\pi + 1{,}4) \approx$ **271 cm²**.

Exercice 14

L'emballage est composé de :
- 3 rectangles de 6 cm sur 30 cm ayant chacun pour aire $6\times30 = 180$ cm².
- 2 triangles de base 6 cm et de hauteur 5,1 cm dont l'aire vaut $\frac{6\times5{,}1}{2}=15{,}3$ cm².

La surface de carton nécessaire a une aire de $3\times180+2\times15{,}3 =$ **570,6 cm²**.



Exercice 15

Le périmètre d'une base du prisme vaut $\frac{240}{12}=20$ cm. Comme la base est un losange alors chacun de ses côtés mesure $\frac{20}{4}=\mathbf{5\,cm}$.

Exercice 16

a] L'aire de la base vaut $\frac{4\times3}{2}=6$ cm². Le volume vaut $6\times5 =$ **30 cm³**.

b] L'aire de la base vaut $4\times2 = 8$ cm². Le volume vaut $8\times5 =$ **40 cm³**.

c] L'aire de la base vaut $\pi\times5^2 = 25\pi$ dm². Le volume vaut $25\pi\times6 =$ **150π dm³**.

d] L'aire de la base de rayon $\frac{9}{2}=4{,}5$ mm vaut $\pi\times4{,}5^2 = 20{,}25\pi$ mm². Le volume vaut $20{,}25\pi\times4 =$ **81π mm³**.

Exercice 17

1. Dimensions du bloc :

- longueur : 10 + 30 + 10 +30 + 10 + 30 + 10 = **130 cm**.
- profondeur : 10 + 30 + 10 = **50 cm**.
- hauteur : 40 + 10 = **50 cm**.

2. Le bloc est constitué de :

- un pavé droit de volume $130 \times 50 \times 50$ = **325 000 cm³**.
- moins trois cylindres de rayon 30/2 = 15 cm, de hauteur 40 cm et de volume total $3 \times \pi \times 15^2 \times 40$ = **27 000 π cm³**.

Le volume du bloc est donc 325 000 – 27 000 π cm³ soit 325 – 27π dm³.

Pour le construire, il faudra donc environ **240,18 litres**.

Exercice 18

Chaque colonne est un cylindre de hauteur 4 m et d'aire de base $\pi \times 0{,}5^2 = 0{,}25\pi$ m² dont le volume vaut $0{,}25\pi \times 4 = \pi$ m³.

Le volume de béton nécessaire est 4π m³. Cela nécessitera $4\pi \times 400 = 1600\pi$ kg de ciment soit $\frac{1600\pi}{40} \approx 125{,}7$ sacs.

Il faudra acheter **126 sacs** de ciment.

Exercice 19

La maison est constituée de :

- 1 triangle de base 90 cm et de hauteur 28 cm dont l'aire vaut $\frac{90 \times 28}{2} = 1260$ cm²
- 2 rectangles de 53 cm sur 40 cm dont l'aire vaut $53 \times 40 = 2120$ cm².
- 2 rectangles de 60 cm sur 40 cm dont l'aire vaut $60 \times 40 = 2400$ cm².
- 1 rectangle de 90 cm sur 40 cm dont l'aire vaut $90 \times 40 = 3600$ cm².
- 1 rectangle de 90 cm sur 60 cm dont l'aire vaut $90 \times 60 = 5400$ cm².

L'aire totale vaut $1260+2 \times 2120+2 \times 2400+3600+5400 = 19300$ cm² soit 1,93 m².
La dépense en contre-plaqué sera de $1{,}93 \times 28{,}9 = 55{,}777$ € soit **environ 55,8 €**.

Exercice 20

Le fond de la piscine est composé de :

- un demi-disque de rayon $\frac{5}{2} = 2{,}5$ m et d'aire $\frac{1}{2} \times \pi \times 2{,}5^2 = 3{,}125\,\pi$ m².
- un rectangle de 5 m sur 10 m et d'aire $5 \times 10 = 50$ m².
- un triangle de base 5 m et de hauteur 3,1 m dont l'aire vaut $\frac{5 \times 3{,}1}{2} = 7{,}75$ m²

L'aire totale du fond de la piscine vaut $3{,}125\pi + 50 + 7{,}75 = 57{,}75 + 3{,}125\pi$ m².
Le volume de la piscine de hauteur 1,2 m est donc égal à $1{,}2 \times (57{,}75 + 3{,}125\pi)$ m³.

Le volume d'eau utilisé est alors $\frac{5}{6} \times 1{,}2 \times (57{,}75 + 3{,}125\pi) = 57{,}75 + 3{,}125\pi$ m³.

Le coût de remplissage sera donc $3 \times (57{,}75 + 3{,}125\pi) \approx$ **200€**.