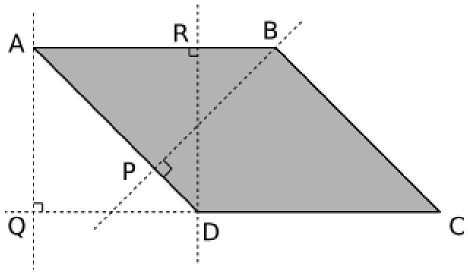
Exercices de 5ème – Chapitre 7 – Aires et angles

Énoncés

Exercice 1

Observer le parallélogramme *ABCD* puis compléter les phrases ci-dessous.



a] Une hauteur relative au côté associé [*DC*] est …

b] La droite (*BP*) est une hauteur relative à ...

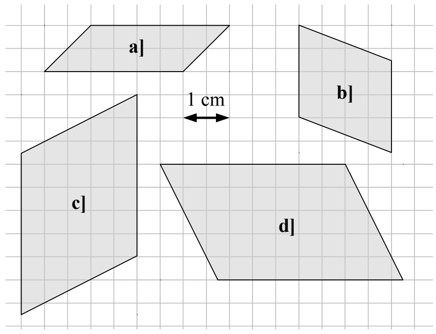
c] La perpendiculaire à (*AB*) passant par *R* est une hauteur relative à …

d] La droite (*AQ*) est une ... relative au côté associé ... et au côté associé ...

Exercice 2

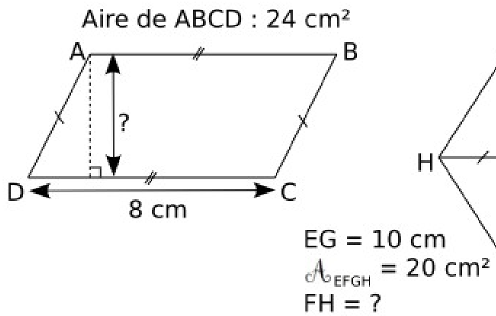
Compléter le tableau suivant à l'aide du dessin ci-contre et tracer une hauteur de chaque parallélogramme.

	Base en cm	Hauteur en cm	Aire en cm²
a]			
b]			
c]			
d]			



Exercice 3

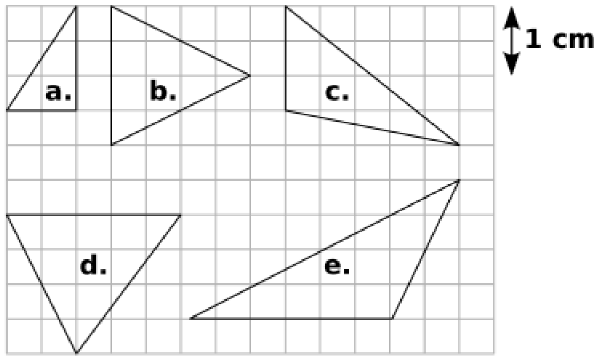
Dans chaque cas ci-contre, calculer la longueur inconnue.



Exercice 4

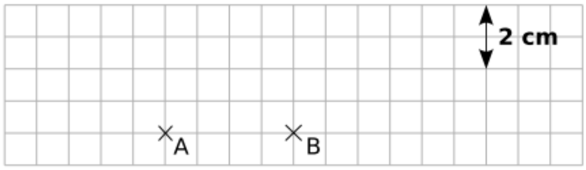
Compléter le tableau suivant à l'aide du dessin ci-contre et tracer une hauteur de chaque triangle.

	Base en cm	Hauteur en cm	Aire en cm²
a]			
b]			
c]			
d]			
e]			



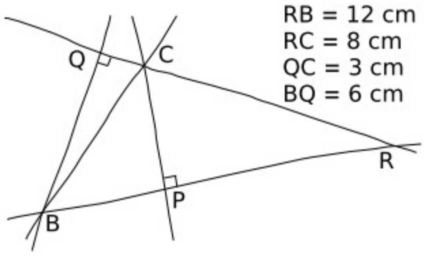
Exercice 5

Dessiner trois triangles différents ayant chacun pour côté [*AB*] et pour aire 6 cm².



Exercice 6

On considère la figure et les mesures ci-contre.

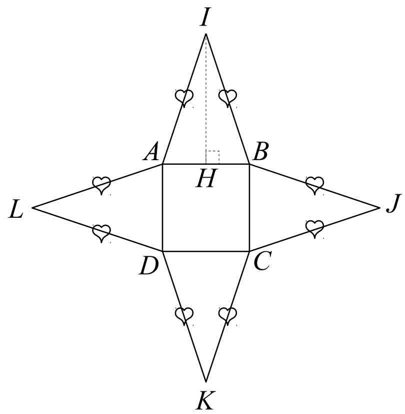


1. Calculer l'aire du triangle *BRC*.

2. Calculer la longueur *PC*.

Exercice 7

On considère la figure ci-contre où *ABCD* est un carré de côté 4cm.
On pose $HI = x$ cm.



1. Exprimer en fonction de x l'aire du triangle *ABI*.

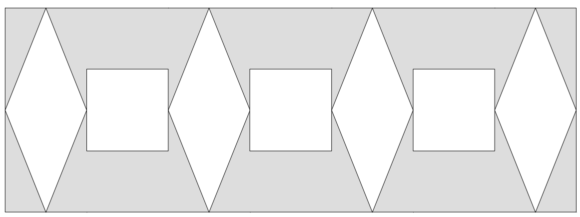
2. À l'aide de la question **a]** écrire la formule de l'aire de la figure en fonction de x.

3. Calculer l'aire de la figure pour $x = 2$ cm puis pour $x = 5,5$ cm.

4. Quelle doit être la valeur de x pour que l'aire totale de la figure soit égale à 36 cm² ?

Exercice 8

Un pochoir permet de réaliser une frise où alternent losanges et carrés.



Les carrés ont 4 cm de côté et les losanges ont pour grande diagonale 10 cm et pour petite diagonale 4 cm.

La frise devra faire le tour d'une chambre rectangulaire de 3m sur 5m.

1. Combien aura-t-on en tout de losanges et de carrés ?

2. Pour peindre les motifs, j'achète un pot de peinture.
Quelle surface en m² doit pouvoir recouvrir ce pot de peinture ?

Exercice 9

Compléter le tableau suivant avec des valeurs approchées de 63,8051.

	Valeur approchée par défaut	Valeur approchée par excès	Arrondi
À l'unité			
Au dixième			
Au centième			

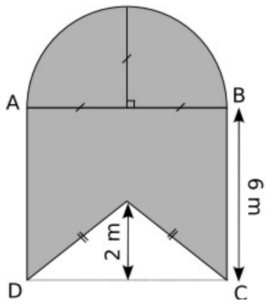
Exercice 10

Calculer la valeur exacte puis l'arrondi au millimètre carré près des aires des figures suivantes :

a] Disque de diamètre 7 mm. **b]** Quart de disque de rayon 5 cm. **c]** Demi-disque de diamètre 1,2 dm.

Exercice 11

On donne la figure ci-contre où *ABCD* est un carré.
Calculer l'aire de la partie grisée, au décimètre carré près.



Exercice 12

On arrose une parcelle de gazon carrée de 15 m de côté. Pour cela on place deux canons à eau pivotants qui ont une portée de 15 m dans les coins diagonalement opposés. On règle leur angle de tir à 90° pour qu'ils arrosent uniquement la parcelle.

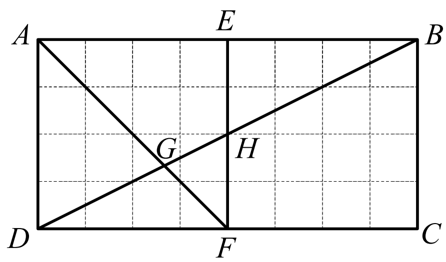
1. Faire un croquis de la situation.

2. Quelle est, au m² près, la surface de gazon qui sera doublement arrosée?

Exercice 13

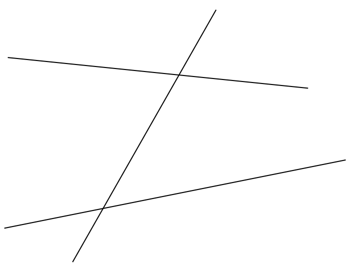
Cocher les bonnes cases du tableau en considérant le dessin ci-contre.

Les angles … sont ...	complémentaires	supplémentaires	opposés par le sommet	adjacents
$\widehat{AEF}$ et $\widehat{EFC}$				
$\widehat{ADB}$ et $\widehat{BGF}$				
$\widehat{EFG}$ et $\widehat{DFA}$				
$\widehat{EHD}$ et $\widehat{BHF}$				

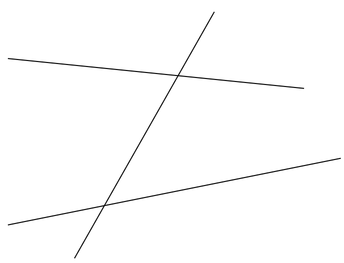


Exercice 14

a] Colorier d'une couleur différente chaque paire d'angles correspondants.



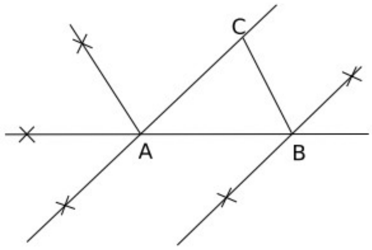
b] Colorier d'une couleur différente chaque paire d'angles alternes-internes.



Exercice 15

Retrouver, sur la figure ci-dessous, la position des points *D*, *E*, *F*, *G* et *H* sachant que :

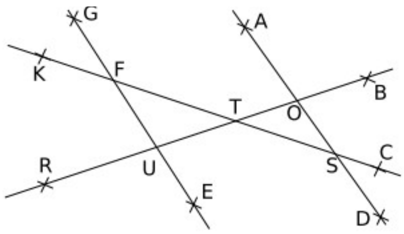
- les angles $\widehat{BAC}$ et $\widehat{ABD}$ sont alternes-internes ;
- les angles $\widehat{CAB}$ et $\widehat{BAE}$ sont supplémentaires ;
- les angles $\widehat{CAB}$ et $\widehat{EAF}$ sont des angles opposés par le sommet ;
- les angles $\widehat{ABC}$ et $\widehat{FAG}$ sont correspondants ;
- les angles $\widehat{ACB}$ et $\widehat{CBH}$ sont alternes-internes.



Exercice 16

On considère les angles déterminés par les droites (*EG*) et (*AD*) sur la figure ci-contre.
Compléter les phrases suivantes :

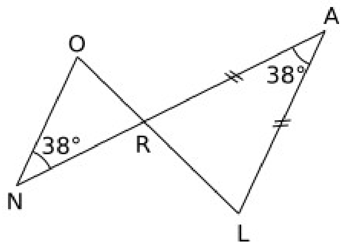
a] Les angles $\widehat{UOD}$ et … sont opposés par le sommet.
b] Les angles $\widehat{FSD}$ et … sont alternes-internes par la sécante (*CK*).
c] Les angles $\widehat{BOA}$ et … sont alternes-externes par la sécante (*BR*).
d] $\widehat{GFK}$ et … sont adjacents et supplémentaires ainsi que les angles $\widehat{GFK}$ et …
e] Les angles $\widehat{TOD}$ et … sont correspondants par la sécante (*BR*).



Exercice 17

On considère la figure ci-contre.

1. Démontrer que (*NO*) et (*LA*) sont parallèles.
2. Démontrer que les angles $\widehat{ALR}$ et $\widehat{NOR}$ ont la même mesure que l'on calculera.
3. En déduire la nature du triangle *NOR*.

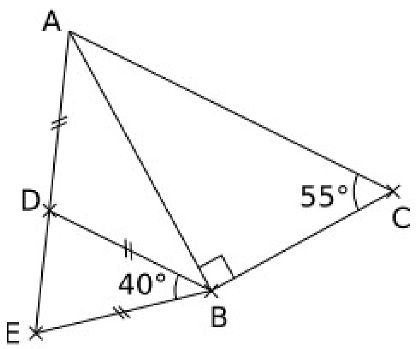


Exercice 18

Soit le parallélogramme *RIEN* de centre *C* tel que $CR = 3$ cm, $\widehat{CRI} = 35°$ et $\widehat{CRN}$ est un angle droit.
Expliquer comment on peut construire le point *I*, puis construire le parallélogramme.

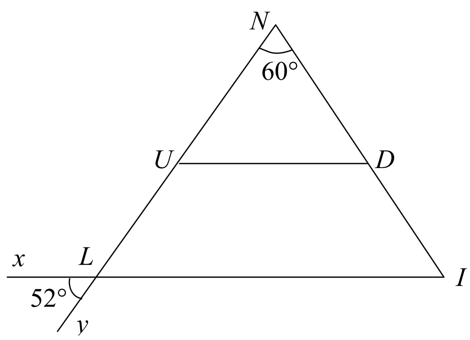
Exercice 19

Les droites (*AC*) et (*DB*) sont-elles forcément parallèles ?



Exercice 20

Sachant que les droites (*DU*) et (*IL*) sont parallèles, calcule la mesure de chacun des angles du quadrilatère *LUDI* en justifiant.



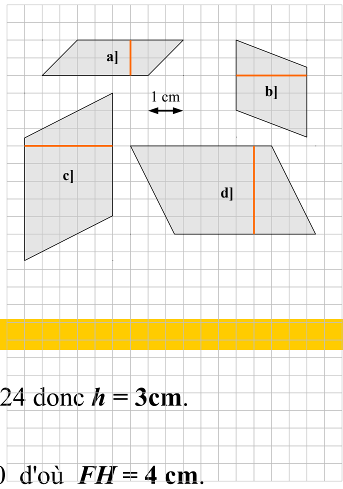
Corrigés

Exercice 1

a] Une hauteur relative au côté associé [*DC*] est **(*RD*)**.
b] La droite (*BP*) est une hauteur relative à **[*AD*]** (et **[*BC*]**).
c] La perpendiculaire à (*AB*) passant par *R* est une hauteur relative à **[*DC*]** (et **[*AB*]**).
d] La droite (*AQ*) est une **hauteur** relative au côté associé **[*DC*]** et au côté associé **[*AB*]**.

Exercice 2

	Base en cm	Hauteur en cm	Aire en cm²
a]	**3**	**1**	**3**
b]	**2**	**2**	**4**
c]	**3,5**	**2,5**	**8,75**
d]	**4**	**2,5**	**10**



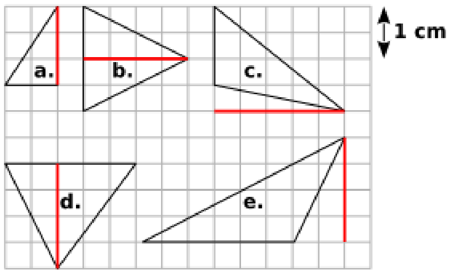
Exercice 3

Soit *h* la hauteur de *ABCD* relative au côté [*CD*]. On a alors 8 × *h* = 24 donc ***h* = 3cm**.

Dans le losange EFGH on sait que $\frac{FH \times 10}{2} = 20$ donc *FH* × 5 = 20 d'où ***FH* = 4 cm**.

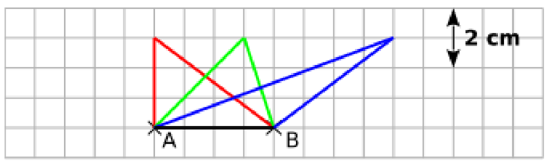
Exercice 4

	Base en cm	Hauteur en cm	Aire en cm²
a]	**1**	**1,5**	**0,75**
b]	**2**	**2**	**2**
c]	**1,5**	**2,5**	**1,875**
d]	**2,5**	**2**	**2,5**
e]	**3**	**2**	**3**



Exercice 5

Comme les triangles ci-contre ont la même base et la même hauteur alors ils ont la même aire.



Exercice 6

1. Si [*RC*] est la base du triangle *BCR* alors [*BQ*] est la hauteur. Son aire vaut donc $\frac{BQ \times RC}{2}$ soit $\frac{6 \times 8}{2} = \mathbf{24\ cm^2}$.

2. Si [*BR*] est la base du triangle *BCR* alors [*PC*] est la hauteur. Son aire vaut donc $\frac{BR \times PC}{2}$ soit $\frac{12 \times PC}{2} = 24$.
On a donc 6 × *PC* = 24 d'où ***PC* = 4 cm**.

Exercice 7

1. L'aire du triangle *ABI* vaut $\frac{AB\times HI}{2}=\frac{4\times x}{2}$ soit **2*x* cm²**.

2. Comme la figure est composée d'un carré d'aire 4×4 = 16 cm² et de 4 triangles identiques d'aire 2*x* cm² alors l'aire de la figure est 16 + 4×2*x* = **16 + 8*x* cm²**.

3.

- Si *x* = 2 cm alors l'aire de la figure mesure 16 + 4×2×2 = **32 cm²**.
- Si *x* = 5,5 cm alors l'aire de la figure mesure 16 + 4×2×5,5 = **60 cm²**.

4. Si l'aire totale de la figure est égale à 36 cm² alors *x* vérifie l'égalité 16 + 8*x* = 36 donc 8*x* = 20 d'où $x=\frac{20}{8}$ soit ***x* = 2,5 cm**.

Exercice 8

1. La longueur de la frise est égale au périmètre de la chambre, soit 2×(3 + 5) = 16 m ou encore 1600cm.
Le motif de base de la frise, composé d'un losange et d'un carré, a une longueur valant 4 + 4 = 8cm.
Comme la frise est composée de $\frac{1600}{8}=200$ motifs alors elle comportera en tout **200 losanges** et **200 carrés**.

2. Chaque losange a une aire mesurant $\frac{4\times 10}{2}=20\ \text{cm}^2$ et chaque carré a une aire mesurant 4×4 = 16 cm².
L'ensemble des losanges et des rectangles a une aire valant 200×(20 +16) = 7200 cm².
Le pot de peinture devra pouvoir couvrir une aire valant 7200 cm² = **0,72 m²**.

Exercice 9

	Valeur approchée par défaut	Valeur approchée par excès	Arrondi
À l'unité	63	64	64
Au dixième	63,8	63,9	63,8
Au centième	63,80	63,81	63,81

Exercice 10

a] Un disque de diamètre 7 mm a un rayon de 3,5 mm et une aire valant $\pi \times 3{,}5^2 =$ **12,25π mm²** soit **environ 38 mm²**.

b] Un quart de disque de rayon 5 cm a une aire valant $\frac{\pi\times 5^2}{4}=\mathbf{6{,}25\,\pi\ cm^2}$ soit **environ 19,63 cm²**.

c] Un demi-disque de diamètre 1,2 dm a un rayon de 6 cm et une aire valant $\frac{\pi\times 6^2}{2}=\mathbf{18\,\pi\ cm^2}$ soit environ **56,55 cm²**.

Exercice 11

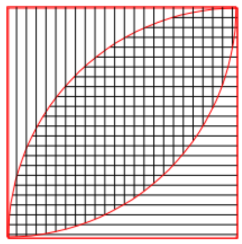
La figure est composée de :

- Un demi-disque de rayon $\frac{6}{2}=3\text{ m}$ et d'aire $\frac{\pi\times 3^2}{2}=4{,}5\,\pi\text{ m}^2$.
- Un carré de côté 6 m et d'aire 6×6 = 36 m² duquel on ôte un triangle de base 6 m, de hauteur 2 m et d'aire $\frac{6\times 2}{2}=6\text{m}^2$.

L'aire grisée vaut donc $4{,}5\,\pi+36-6=4{,}5\,\pi+30\text{ m}^2$ soit **environ 44,14 m²**.

Exercice 12

1.



2.
L'aire du carré est 15×15 = 225 m².

Chaque canon arrose un quart de disque de rayon 15 m et d'aire $\frac{\pi\times15^2}{4}=56{,}25\,\pi\,\text{m}^2$.

La surface qu'un canon ne peut pas atteindre a pour aire 225 – 56,25π m².

La surface arrosée une seule fois a pour aire 2×(225 – 56,25π) = 450 – 112,5π m².

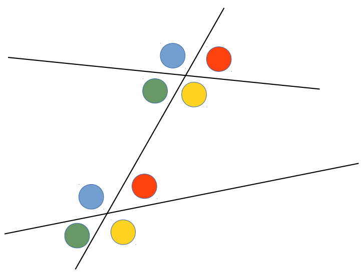
La surface arrosée deux fois a pour aire 225 – (450 – 112,5π) ≈ **128 m²**.

Exercice 13

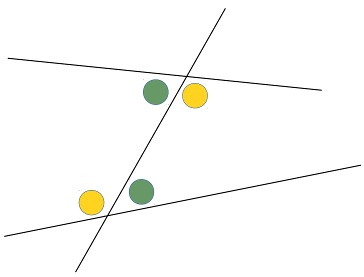
Les angles … sont ...	complémentaires	supplémentaires	opposés par le sommet	adjacents
$\widehat{AEF}$ et $\widehat{EFC}$		X		
$\widehat{ADB}$ et $\widehat{BGF}$				
$\widehat{EFG}$ et $\widehat{DFA}$	X			X
$\widehat{EHD}$ et $\widehat{BHF}$			X	

Exercice 14

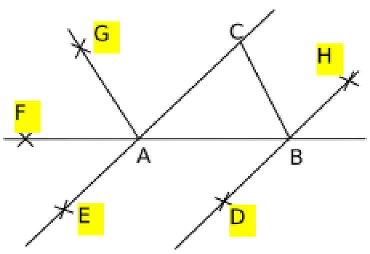
a]



b]



Exercice 15



Exercice 16

a] Les angles $\widehat{UOD}$ et $\boldsymbol{\widehat{AOB}}$ sont opposés par le sommet.
b] Les angles $\widehat{FSD}$ et $\boldsymbol{\widehat{SFG}}$ sont alternes-internes par la sécante (CK).
c] Les angles $\widehat{BOA}$ et $\boldsymbol{\widehat{RUE}}$ sont alternes-externes par la sécante (BR).
d] $\widehat{GFK}$ et $\boldsymbol{\widehat{GFT}}$ sont adjacents et supplémentaires ainsi que les angles $\widehat{GFK}$ et $\boldsymbol{\widehat{KFU}}$.
e] Les angles $\widehat{TOD}$ et $\boldsymbol{\widehat{RUE}}$ sont correspondants par la sécante (BR).

Exercice 17

1. Comme les angles alternes-internes $\widehat{ONA}$ et $\widehat{NAL}$ formés autour de la sécante (AN) sont égaux alors **(NO) et (LA) sont parallèles**.

2. Comme la somme des angles du triangle ALR est égale à 180° alors $\widehat{ARL}+\widehat{ALR}$ mesure 180 – 38 = 142°.
Comme LAR est isocèle en A alors $\widehat{ALR}$ mesure $\frac{142}{2}=71°$.
Comme (NO) et (LA) sont parallèles alors les angles $\widehat{ALR}$ et $\widehat{NOR}$ formés autour de la sécante (OL) sont égaux et on a $\boldsymbol{\widehat{NOR}=\widehat{ALR}=71°}$.

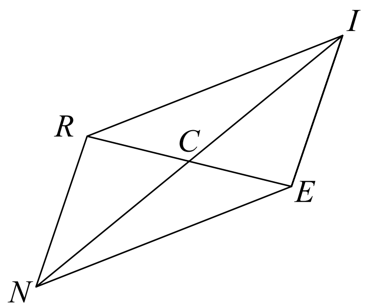
3. Comme la somme des angles du triangle NOR est égale à 180° alors $\widehat{ORN}$ mesure 180 – 38 – 71 = 71°.
Comme $\widehat{ORN}=\widehat{NOR}$ alors le triangle ***NOR* est isocèle en *N***.

Exercice 18

Commencer par tracer un schéma complet.

Comme les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu, alors on trace [RE] de longueur 6 cm avec pour milieu C.

Comme (RN) et (EI) sont parallèles alors les angles $\widehat{NRE}$ et $\widehat{IER}$ formés autour de la sécante (RE) sont égaux et on a $\widehat{IER}=90°$, ce qui permet de construire le point I à partir du segment [RE] puisqu'on sait aussi que $\widehat{CRI}=35°$.



Exercice 19

- Comme la somme des angles du triangle BDE est égale à 180° alors $\widehat{BDE}+\widehat{BED}$ mesure 180 – 40 = 140°.
  Comme BDE est isocèle en B alors $\widehat{BDE}$ et $\widehat{BED}$ mesurent chacun $\frac{140}{2}=70°$.
  On en déduit que $\widehat{ADE}$ mesure 180 – 70 = 110°. Comme ADB est isocèle en D alors $\widehat{DBA}$ mesure $\frac{180-110}{2}=35°$.

- Comme la somme des angles du triangle ACB est égale à 180° alors $\widehat{BAC}$ mesure 180 – 55 – 90 = 35°.

Comme les angles alternes-internes $\widehat{DBA}$ et $\widehat{BAC}$ formés autour de la sécante (AB) sont égaux alors **(AC) et (DB) sont parallèles**.

Exercice 20

- Comme les angles $\widehat{xLy}$ et $\widehat{ULI}$ sont opposés par leur sommet L alors ils sont égaux et on a $\boldsymbol{\widehat{ULI}=52°}$.

- Comme la somme des angles du triangle LIN est égale à 180° alors $\widehat{NIL}=180-60-52$ donc $\boldsymbol{\widehat{NIL}=68°}$.

- Comme (DU) et (IL) sont parallèles et que les angles $\widehat{ILU}$ et $\widehat{DUN}$ sont correspondants par rapport à la sécante (LU) alors ils sont égaux donc $\widehat{DUN}=52°$. On a donc $\widehat{DUL}=180-52$ donc $\boldsymbol{\widehat{DUL}=128°}$.

- En raisonnant de la même façon on a $\widehat{NDU}=\widehat{NIL}$ donc $\widehat{NDU}=68°$, puis $\widehat{UDI}=180-68$ soit $\boldsymbol{\widehat{UDI}=112°}$.