Énoncés

Exercice 1

Cocher la ou les catégories auxquelles appartiennent chacun des nombres donnés.

	Entier naturel	Entier relatif	Nombre décimal	Nombre rationnel
-5				
1				
2/3				
-3/10				

Exercice 2

1. **a]** Quels sont les diviseurs de 72 ?
b] Quels sont les diviseurs de 136 ?

2. **a]** Quels sont les diviseurs que 72 et 136 ont en commun ?
b] Quel est le plus grand diviseur commun à 72 et 136 ?

3. Déterminer le plus grand diviseur commun à 75 et 180.

Exercice 3

1. Démontrer que la somme de deux entiers naturels impairs consécutifs est un multiple de 4.

2. Démontrer que si un entier n est impair alors $n^2 - 1$ est un multiple de 8.

Exercice 4

1. La somme de quatre multiples consécutifs de 11 est égale à 1078. Quels sont ces quatre entiers ?

2. Démontrer que la différence de deux entiers naturels ayant le même reste dans la division euclidienne par 7 est un multiple de 7.

Corrigés

Exercice 1

	Entier naturel	Entier relatif	Décimal	Rationnel
-5		**X**	**X**	**X**
1	**X**	**X**	**X**	**X**
2/3				**X**
-3/10			**X**	**X**

Exercice 2

1. **a]** Les diviseurs de 72 sont : **1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 8 ; 9 ; 12 ; 18 ; 24 ; 36** et **72**.
b] Les diviseurs de 136 sont : **1 ; 2 ; 4 ; 8 ; 17 ; 34 ; 68** et **136**.

2. **a]** Les diviseurs communs à 72 et 136 sont : **1 ; 2 ; 4** et **8**.
b] Le plus grand diviseur commun à 72 et 136 est **8**.

3. Les diviseurs de 75 sont : 1 ; 3 ; 5 ; 15 ; 25 et 75.
Les diviseurs de 180 sont : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; 6 ; 9 ; 10 ; 12 ; 15 ; 18 ; 20 ; 30 ; 36 ; 45 ; 60 ; 90 et 180.
Les diviseurs communs à 75 et 180 sont 1 ; 3 ; 5 et 15. Le plus grand d'entre eux est **15**.

Exercice 3

1. L'écriture littérale d'un entier naturel impair est $2n+1$.
Il faut ajouter 2 à un entier naturel impair pour obtenir l'entier impair qui le suit donc $2n+1+2=2n+3$ est le suivant.

La somme de deux entiers naturels impairs consécutifs est donc de la forme $2n+1+2n+3=4n+4$.

Comme $4n+4 = 4(n+1)$ alors **la somme de deux nombres impairs consécutifs est bien un multiple de 4**.

2. Comme n est impair alors il existe un entier p tel que $n = 2p + 1$.

On a :
$$\begin{aligned} n^2 - 1 &= (2p+1)^2 - 1 \\ &= (2p+1)(2p+1) - 1 \\ &= 4p^2 + 2p + 2p + 1 - 1 \\ &= 4p(p+1) \end{aligned}$$

Comme p et $p + 1$ sont des entiers consécutifs alors l'un d'eux est pair et le produit $p(p + 1)$ est un multiple de 2.
On en déduit que $4p(p+1)$ est un multiple de 8.

Par conséquent, si un entier n est impair alors $\boldsymbol{n^2 - 1}$ **est un multiple de 8**.

Exercice 4

1. Soient quatre multiples consécutifs de 11.
Il existe un nombre entier n tel qu'ils s'écrivent $11n$; $11(n + 1)$; $11(n + 2)$; $11(n + 3)$.

Cherchons n tel que :

$$\begin{aligned} 11n + 11(n+1) + 11(n+2) + 11(n+3) &= 1078 \\ 11(n + n + 1 + n + 2 + n + 3) &= 1078 \\ 11(4n + 6) &= 1078 \\ 4n + 6 &= 98 \\ 4n &= 92 \\ n &= 23 \end{aligned}$$

Le premier des quatre entiers cherchés est $23 \times 11 = 253$.
Les quatre entiers cherchés sont donc **253 ; 264 ; 275 et 286**.

2. Soient a et b deux entiers naturels ayant le même reste r dans la division euclidienne par 7.
Il existe donc deux entiers p et q tels que : $a = 7q + r$ et $b = 7p + r$.

D'où

$$\begin{aligned} a - b &= (7q + r) - (7p + r) \\ a - b &= 7q + r - 7p - r \\ a - b &= 7(q - p) \end{aligned}$$

La différence entre *a* et *b* est bien divisible par 7.

Ce résultat n'est pas vrai que pour 7 et on peut le généraliser à tous les entiers.