Énoncés

Exercice 1

On considère les huit couples (x ; y) suivants :
(-2 ; 3) (-1 ; 1) (0 ; 5) (5 ; -7) (7 ; -9) (8 ; -11) (-4 ; 5) (6 ; -7)

1. Déterminer les couples qui sont solutions de l'équation suivante : $4x + 3y = -1$

2. Déterminer les couples qui sont solutions de l'équation suivante : $x + y = 1$

3. En déduire un couple solution du système suivant : $\begin{cases} 4x+3y=-1 \\ x+y=1 \end{cases}$

Exercice 2

Déterminer si le couple (-3 ; 1) est solution du système $\begin{cases} x+5y=2 \\ 2x-7y=-13 \end{cases}$

Exercice 3 *Méthode par substitution*

On considère le système d'équations suivant : $\begin{cases} 6x-y=-9 & (E_1) \\ 2x+5y=109 & (E_2) \end{cases}$

1. Exprimer y en fonction de x dans l'équation (E_1).

2. Injecter l'expression de y obtenue en **1.** dans l'équation (E_2) et déterminer la valeur de x.

3. Déterminer la valeur de y et en déduire la solution du système.

Exercice 4

Résoudre le système $\begin{cases} 4x+9y=267 \\ x+6y=68 \end{cases}$ avec la méthode par substitution.

Exercice 5 *Méthode par combinaison*

On considère le système d'équations suivant : $\begin{cases} 5x+4y=7 & (E_1) \\ 2x+7y=-8 & (E_2) \end{cases}$

1. Écrire le système obtenu en remplaçant :
- l'équation (E_1) par l'équation (E_3) que l'on obtient en multipliant (E_1) par (-2).
- l'équation (E_2) par l'équation (E_4) que l'on obtient en multipliant (E_2) par 5.

2. Écrire l'équation obtenue en ajoutant les équations (E_3) et (E_4) puis la résoudre.

3. Déterminer la solution du système initial.

Exercice 6

Résoudre le système $\begin{cases} 4x+3y=5 \\ 6x-4y=1 \end{cases}$ avec la méthode par combinaison.

Exercice 7

Un confiseur prépare deux sortes de boîtes comprenant des petits macarons et des grands.
Dans la première boîte, il place dix petits macarons et quatre grands : cette boîte est vendue 7,20 €.
Dans la seconde boîte, il place cinq petits macarons et six grands : cette boîte est vendue 7,80 €.

Calculer le prix en euros de chaque sorte de macarons.

Exercice 8

Résoudre les systèmes suivants :

a] $\begin{cases} \dfrac{x+5}{2}+\dfrac{y-10}{3}=-1 \\ \dfrac{x+3}{5}+\dfrac{y+2}{4}=\dfrac{3}{2} \end{cases}$ **b]** $\begin{cases} x-2y=3 \\ -3x+6y=1 \end{cases}$ **c]** $\begin{cases} 6x-9y=\dfrac{3}{2} \\ 8x-12y=2 \end{cases}$

Exercice 9

Une agence de location de voitures fait payer la location en fonction du nombre de jours de location et du nombre de kilomètres parcourus. Camélien a loué une voiture pendant trois jours et a parcouru 650 km ; il a payé 145,50 €. Youra a loué une voiture pendant quatre jours et a parcouru 580 km ; elle a payé 151 €.

Timon parcourt 600 km sur trois jours. Combien paie-t-il ?

Exercice 10

Dans un repère orthonormé, une droite passe par les points (-7 ; 1) et (5 ; 10).
À l'aide d'un système d'équations, déterminer la fonction affine f dont cette droite est la représentation graphique.

Exercice 11

Traduire par une inégalité les phrases suivantes.

a] Le double de x est inférieur ou égal à 7.
b] La somme de 3 et du triple de y est strictement supérieure à 5.
c] Le produit de 12 par z est inférieur à la différence entre 3 et z.

Exercice 12

1. Déterminer si (-3) est une solution de $2x + 4 \leqslant -2$.
2. Déterminer si $\dfrac{3}{4}$ est solution de $3x - \dfrac{1}{2} > x + 1$.
3. Déterminer si le couple (1 ; -2) est solution de $5(x-3) + 5y < 3y + 7$

Exercice 13

On sait que x vérifie l'encadrement $-4 < x < 5$.

a] Encadrer l'expression $2x - 11$.

b] Encadrer $\dfrac{3-x}{2}$.

Exercice 14

Résoudre les inéquations suivantes.

a] $-6(2x + 2) \geqslant 3x - 27$

b] $\dfrac{2x}{5}+\dfrac{1}{2}\leq 2x-\dfrac{2}{3}$

c] $12x + 3 > 12x - 1$

d] $3(5 - 4x) \leqslant -2(6x - 3)$

Exercice 15

1. **a]** Résoudre l'inéquation suivante : $-2x + 7 > 9$

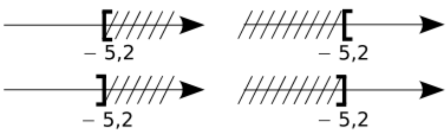
b] Résoudre l'inéquation suivante : $3x + 5 > -4$

2. Résoudre le système suivant : $\begin{cases} -2x+7>9 \\ 3x+5>-4 \end{cases}$

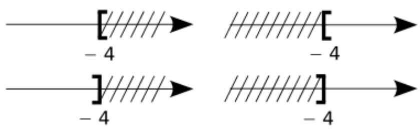
Exercice 16

Pour chaque inégalité, entourer le graphique où sont hachurés les nombres qui ne sont pas solutions.

a] $u > -5,2$



b] $v \leqslant -4$



Exercice 17

Représenter sur un axe gradué les solutions des inéquations suivantes.

a] $x < 2$

b] $4x \geqslant 6$

c] $x + 5 > 3$

d] $-\dfrac{x}{2} \geqslant 1$

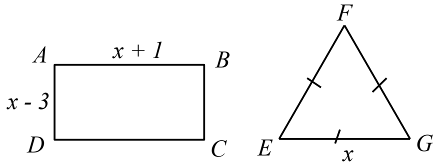
Exercice 18

Un parc de loisirs propose plusieurs tarifs.
Formule A : 7 € par entrée.
Formule B : un abonnement annuel de 35 € puis 4,50 € par entrée.

1. À partir de combien d'entrées la formule B est-elle plus avantageuse que la formule A ?

2. Ce parc propose aussi comme troisième tarif la formule C : un abonnement annuel de 143 € pour un nombre illimité d'entrées.
À partir de combien d'entrées la formule C est-elle plus avantageuse que la formule B ?

Exercice 19



ABCD est un rectangle et *EFG* est un triangle équilatéral.
x désigne un nombre strictement supérieur à 3.

1. Exprimer le périmètre de *ABCD* et le périmètre de *EFG* en fonction de x.

2. Déterminer pour quelles valeurs de x le périmètre du rectangle est strictement inférieur à celui du triangle.

3. Représenter sur un axe les valeurs que peut alors prendre x.

Exercice 20

Un bureau de recherche emploie 27 informaticiens et 15 mathématiciens.
On envisage d'embaucher le même nombre d'informaticiens et de mathématiciens.

Combien faut-il en tout embaucher de spécialistes pour que le nombre de mathématiciens soit au moins égal aux deux tiers du nombre d'informaticiens ?

Corrigés

Exercice 1

1. En remplaçant x par (-2) et y par 3 on obtient : $4x + 3y = 4\times(-2) + 3\times3$
$= -8 + 9$
$= 1$

On en déduit que le couple (-2 ; 3) n'est pas solution de l'équation $4x + 3y = -1$.
On procède de même pour les autres couples. L'équation $4x + 3y = -1$ a pour solutions : **(-1 ; 1)** **(5 ; -7)** **(8 ; -11)** **(-4 ; 5)**

2. En remplaçant x par (-2) et y par 3 on obtient : $x + y = -2 + 3$
$= 1$

On en déduit que le couple (-2 ; 3) est solution de l'équation $x + y = 1$.
On procède de même pour les autres couples. L'équation $x + y = 1$ a pour solutions : **(-2 ; 3)** **(-4 ; 5)**

3. On déduit des questions précédentes que **(-4 ; 5)** est solution du système $\begin{cases} 4x+3y=-1 \\ x+y=1 \end{cases}$

Exercice 2

On remplace x par (-3) et y par 1 dans chaque équation et on obtient :

$x + 5y = -3 + 5\times1$ et $2x - 7y = 2\times(-3) - 7\times1$
$= -3 + 5$ $= -6 - 7$
$= 2$ $= -13$

On en déduit que le couple **(-3 ; 1) est solution** du système $\begin{cases} x+5y=2 \\ 2x-7y=-13 \end{cases}$

Exercice 3 *Méthode par substitution*

1. (E_1) peut s'écrire $-y = -9 - 6x$ donc $\boldsymbol{y = 9 + 6x}$.

2. Par substitution de y par $(9 + 6x)$ dans (E_2) on obtient : $2x + 5(9 + 6x) = 109$
$2x + 45 + 30x = 109$
$32x + 45 = 109$
$32x = 64$
$\boldsymbol{x = 2}$

3. On remplace x par 2 dans $y = 9 + 6x$ et on obtient : $y = 9 + 6\times2$ soit $\boldsymbol{y = 21}$.
La solution du système est donc **(2 ; 21)**.

Exercice 4

On a $\begin{cases} 4x+9y=267 & (E_1) \\ x+6y=68 & (E_2) \end{cases}$

- On isole x dans (E_2) : $\boldsymbol{x = 68 - 6y}$
- On remplace x par $(68 - 6y)$ dans (E_1) : $4(68 - 6y) + 9y = 267$
$272 - 24y + 9y = 267$
$-15y = -5$
$\boldsymbol{y = \frac{1}{3}}$
- On remplace y par sa valeur dans : $x = 68 - 6y$
$= 68 - 6\times\frac{1}{3}$
$\boldsymbol{x = 66}$

La solution du système est $\left(66 ; \frac{1}{3}\right)$

Exercice 5 *Méthode par combinaison*

1. En multipliant (E_1) par (-2) et (E_2) par 5 on obtient le système suivant : $\begin{cases} \mathbf{-10x-8y=-14} & (E_3) \\ \mathbf{10x+35y=-40} & (E_4) \end{cases}$

2. En ajoutant (E_3) et (E_4) on obtient l'équation suivante : $-10x+10x-8y+35y=-14-40$

$27y=-54$

$\mathbf{y=-2}$

3. On remplace y par (-2) dans (E_2) : $2x+7\times(-2)=-8$

$2x-14=-8$

$2x=6$

$\mathbf{x=3}$

La solution du système est donc (3 ; -2).

Exercice 6

On a $\begin{cases} 4x+3y=5 & (E_1) \\ 6x-4y=1 & (E_2) \end{cases}$

- On multiplie (E_1) par 4 et (E_2) par 3 : $\begin{cases} 16x+12y=20 & (E_3) \\ 18x-12y=3 & (E_4) \end{cases}$
- On ajoute (E_3) et (E_4) : $34x=23$ d'où $\mathbf{x=\frac{23}{34}}$
- On remplace x par $\frac{23}{34}$ dans (E_1) : $4\times\frac{23}{34}+3y=5$

$\frac{46}{17}+3y=\frac{85}{17}$

$3y=\frac{39}{17}$

$\mathbf{y=\frac{13}{17}}$

La solution du système est donc $\left(\frac{23}{34};\frac{13}{17}\right)$.

Exercice 7

Soient x et y les prix respectifs des petits et des grands macarons.
Dix petits macarons coûtent $10x$ euros et quatre grands macarons coûtent $4y$ euros. On a donc $10x+4y=7{,}2$.
De la même façon, on a $5x+6y=7{,}8$.

Résolvons le système $\begin{cases} 10x+4y=7{,}2 & (E_1) \\ 5x+6y=7{,}8 & (E_2) \end{cases}$

- On multiplie (E_2) par (-2) : $\begin{cases} 10x+4y=7{,}2 & (E_1) \\ -10x-12y=-15{,}6 & (E_3) \end{cases}$
- On ajoute (E_1) et (E_3) : $-8y=-8{,}4$ d'où $\mathbf{y=1{,}05}$
- On remplace y par 1,05 dans (E_1) : $10x+4y=7{,}2$

$10x+4\times1{,}05=7{,}2$

$10x+4{,}2=7{,}2$

$10x=3$

$\mathbf{x=0{,}3}$

On en déduit qu'**un petit macaron coûte 0,3€** et **un grand macaron coûte 1,05€**.

Exercice 8

a] On a $\begin{cases} \dfrac{x+5}{2}+\dfrac{y-10}{3}=-1 & (E_1) \\ \dfrac{x+3}{5}+\dfrac{y+2}{4}=\dfrac{3}{2} & (E_2) \end{cases}$

- Commençons par multiplier (E_1) par 6 et (E_2) par 20 : $\begin{cases} \dfrac{6(x+5)}{2}+\dfrac{6(y-10)}{3}=-6 \\ \dfrac{20(x+3)}{5}+\dfrac{20(y+2)}{4}=\dfrac{3\times 20}{2} \end{cases}$

$$\begin{cases} 3(x+5)+2(y-10)=-6 \\ 4(x+3)+5(y+2)=30 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x+2y=-1 & (E_3) \\ 4x+5y=8 & (E_4) \end{cases}$$

- On multiplie (E_3) par (-4) et (E_4) par 3 : $\begin{cases} -12x-8y=4 & (E_5) \\ 12x+15y=24 & (E_6) \end{cases}$
- On ajoute (E_5) et (E_6) : $7y = 28$ d'où $\boldsymbol{y = 4}$.
- On remplace y par 4 dans (E_3) : $3x + 2\times4 = -1$
  $3x + 8 = -1$
  $3x = -9$
  $\boldsymbol{x = -3}$

La solution du système est donc (-3 ; 4).

b] On a $\begin{cases} x-2y=3 & (E_1) \\ -3x+6y=1 & (E_2) \end{cases}$

- On isole x dans (E_1) : $\boldsymbol{x = 2y + 3}$
- On remplace x par $(2y + 3)$ dans (E_2) : $-3(2y + 3) + 6y = 1$
  $-6y - 9 + 6y = 1$
  $-9 = 1$ Impossible: **le système n'a pas de solution**.

c] On a $\begin{cases} 6x-9y=\dfrac{3}{2} & (E_1) \\ 8x-12y=2 & (E_2) \end{cases}$

- On multiplie (E_1) par 2 et on divise (E_2) par 2 : $\begin{cases} 12x-18y=3 & (E_3) \\ 4x-6y=1 & (E_4) \end{cases}$
- On divise (E_3) par 3 : $\begin{cases} 4x-6y=1 \\ 4x-6y=1 \end{cases}$

Comme les équations sont les mêmes, alors le système a une **infinité de solutions** qui sont les solutions de $4x – 6y = 1$.

Exercice 9

Soit x le prix d'un jour de location et y le coût d'un kilomètre parcouru.

Le problème mène à la résolution du système $\begin{cases} 3x+650y=145{,}5 & (E_1) \\ 4x+580y=151 & (E_2) \end{cases}$

- On multiplie (E_1) par (-4) et (E_2) par 3 : $\begin{cases} -12x-2600y=-582 & (E_3) \\ 12x+1740y=453 & (E_4) \end{cases}$
- On ajoute (E_3) et (E_4) : $-860y = -129$ d'où $\boldsymbol{y = 0{,}15}$
- On remplace y par 0,15 dans (E_1) : $3x + 650y = 145{,}5$

$$3x + 650\times0{,}15 = 145{,}5$$
$$3x + 97{,}5 = 145{,}5$$
$$3x = 48$$
$$\boldsymbol{x = 16}$$

Par conséquent, chaque jour de location coûte 16€ et chaque kilomètre coûte 0,15€.

Comme Timon parcourt 600 km sur trois jours alors il paiera 3×16 + 600×0,15 = **138€**.

Exercice 10

On a $f(x)$ qui est de la forme $ax + b$ avec a et b deux nombres à déterminer.

Comme le point de coordonnées (-7 ; 1) appartient à la droite alors $f(-7) = 1$. De plus, on a $f(-7) = a\times(-7) + b$ d'où $\boldsymbol{-7a + b = 1}$
De même on a $f(5) = 10$ donc $\boldsymbol{5a + b = 10}$

Pour trouver a et b, on doit résoudre le système $\begin{cases} -7a+b=1 & (E_1) \\ 5a+b=10 & (E_2) \end{cases}$

- On multiplie (E_1) par (-1) : $\begin{cases} 7a-b=-1 & (E_3) \\ 5a+b=10 & (E_2) \end{cases}$
- On ajoute (E_2) et (E_3) : $12a = 9$ d'où $a=\frac{9}{12}$ soit $\boldsymbol{a=\frac{3}{4}}$
- On remplace a par $\frac{3}{4}$ dans (E_1) : $-7\times\frac{3}{4}+b=1$

$$b=1+\frac{21}{4}$$
$$\boldsymbol{b=\frac{25}{4}}$$

On a donc $\boldsymbol{f(x)=\frac{3}{4}x+\frac{25}{4}}$

Exercice 11

a] $2x \leqslant 7$
b] $3 + 3y > 5$
c] $12z \leqslant 3 - z$

Exercice 12

1. On a $2\times(-3) + 4 = -2$ donc (-3) **est solution** de $2x + 4 \leqslant -2$
2. On a $3\times\frac{3}{4}-\frac{1}{2}=\frac{7}{4}$ et $\frac{3}{4}+1=\frac{7}{4}$ donc $\frac{3}{4}$ **n'est pas solution** de $3x - \frac{1}{2} > x + 1$
3. On a $5(1 - 3) + 5\times(-2) = -20$ et $3\times(-2) + 7 = 1$. Comme $-20 < 1$ alors le couple (1 ; -2) **est solution** de $5(x - 3) + 5y < 3y + 7$

Exercice 13

a] On a : $-4 < x < 5$
On multiplie l'encadrement par 2 : $-8 < 2x < 10$
On soustrait 11 : $\mathbf{-19 < 2x - 11 < -1}$

b] On a : $-4 < x < 5$
On multiplie par (-1) : $4 > -x > -5$
On ajoute 3 : $7 > 3 - x > -2$
On divise par 2 : $\mathbf{\frac{7}{2} > \frac{3-x}{2} > -1}$

Exercice 14

a] $-6(2x + 2) \geqslant 3x - 27$
$-12x - 12 \geqslant 3x - 27$
$-15x - 12 \geqslant -27$
$-15x \geqslant -15$
$-x \geqslant -1$
$x \leqslant 1$
Les solutions sont **les nombres inférieurs ou égaux à 1**.

b] $\frac{2x}{5} + \frac{1}{2} \leq 2x - \frac{2}{3}$
$\frac{30 \times 2x}{5} + \frac{30}{2} \leq 30 \times 2x - \frac{30 \times 2}{3}$
$12x + 15 \leqslant 60x - 20$
$35 \leqslant 48x$
$\frac{35}{48} \leq x$
Les solutions sont **les nombres supérieurs ou égaux à $\frac{35}{48}$**.

c] $12x + 3 > 12x - 1$
$3 > -1$ Toujours vrai.
Les solutions sont **tous les nombres**.

d] $3(5 - 4x) \leqslant -2(6x - 3)$
$15 - 12x \leqslant -12x + 6$
$15 \leqslant 6$ Impossible.
L'inéquation n'a **pas de solution**.

Exercice 15

1. **a]** $-2x + 7 > 9$
$-2x > 2$
$x < -1$
Les solutions sont **les nombres strictement inférieurs à (-1)**.

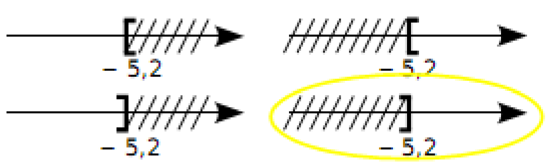
b] $3x + 5 > -4$
$3x > -9$
$x > -3$
Les solutions sont **les nombres strictement supérieurs à (-3)**.

2. On déduit de la question **1.** que le système $\begin{cases} -2x+7>9 \\ 3x+5>-4 \end{cases}$ est équivalent au système $\begin{cases} x<-1 \\ -3<x \end{cases}$

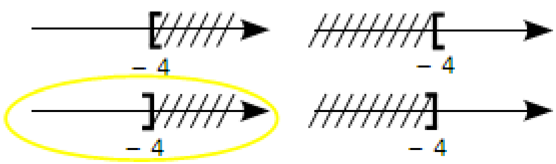
Les solutions sont donc **les nombres strictement compris entre (-3) et (-1)**.

Exercice 16

a] $u > -5{,}2$



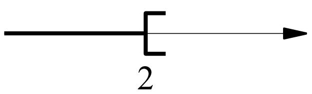
b] $v \leqslant -4$



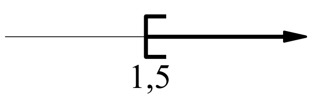
Exercice 17

Sur chaque axe, on a représenté en gras les nombres qui sont solutions de l'inéquation.

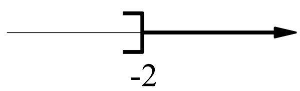
a] $x < 2$



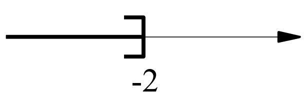
b] $x \geqslant 1{,}5$



c] $x > -2$



d] $x \leqslant -2$



Exercice 18

1. Soit x le nombre d'entrées. Le prix payé par la formule A est $7x$ et celui payé par la formule B est $35 + 4{,}5x$ donc on cherche x tel que $35 + 4{,}5x < 7x$

$$35 < 2{,}5x$$
$$\frac{35}{2{,}5} < x$$
$$14 < x$$

La formule B est plus avantageuse que la formule A **au-delà de 14 entrées**.

2. Cherchons x tel que $35 + 4{,}5x > 143$

$$4{,}5x > 108$$
$$x > \frac{108}{4{,}5}$$
$$x > 24$$

La formule B est plus avantageuse que la formule C **au-delà de 24 entrées**.

Exercice 19

1. Le périmètre de $ABCD$ vaut $2(x + 1 + x - 3) = 2(2x - 2)$
$= \mathbf{4x - 4}$

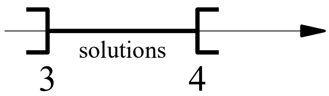
Le périmètre de EFG vaut $\mathbf{3x}$

2. Cherchons x tel que $4x - 4 < 3x$

$$x - 4 < 0$$
$$x < 4$$

Le périmètre du rectangle est strictement inférieur à celui du triangle pour $\boldsymbol{x < 4}$. On a donc $3 < x < 4$.

3.



Exercice 20

Soit x le nombre de spécialistes de chaque sorte que l'on souhaite embaucher.
On aura alors $(27 + x)$ informaticiens et $(15 + x)$ mathématiciens.

Cherchons x tel que $15 + x \geq \frac{2}{3} \times (27 + x)$

$$15 + x \geq 18 + \frac{2}{3}x$$
$$45 + 3x \geqslant 54 + 2x$$
$$x \geqslant 9$$

Il faut embaucher 9 spécialistes de chaque sorte, soit en tout $9 + 9 =$ **18 spécialistes**.