Exercices de 3ème – Chapitre 5 – Les fonctions

Énoncés

Exercice 1

Retrouver, sans justifier, comment ont été définies les fonctions suivantes :

a]

x	-3	-1	2	5
$f(x)$	-1	1	4	7

c]

x	-4	0	3	5
$h(x)$	-9	-1	5	9

b]

x	-2	0	4	6
$g(x)$	-7	0	14	21

d]

x	-5	1	5	10
$k(x)$	30	6	30	105

Exercice 2

On considère le tableau de valeurs suivant, associé à une fonction f.

x	-10	-8	-4	-1	0	1	2	4	8
$f(x)$	0	-5	-1	1	4	8	5	-1	-5

1. Sans justifier, donner les images, par la fonction f, des nombres 1 et 8.

2. Sans justifier, donner les antécédents, par la fonction f, des nombres (-1) et 1.

3. Poursuivre la phrase "Par la fonction f, ..." en utilisant :

a] le verbe *avoir*, le nombre 5 et le mot *image*.
b] le verbe *être*, le nombre (-4) et le mot *antécédent*.
c] le verbe *avoir*, le nombre 4 et le mot *antécédent*.
d] le verbe *être*, le nombre (-8) et le mot *image*.

4. Compléter la relation $f(\ \dots\ ) = \dots$ en reprenant chaque question du **3.**

5. Par la fonction f, combien le nombre 0 a-t-il d'images ? Combien a-t-il d'antécédents ?

Exercice 3

Un projectile est lancé d'un point O avec une vitesse initiale v (en m/s) suivant un angle de 45° avec l'horizontale.
On note h la hauteur maximale atteinte par le projectile (en mètres).

v	100	200	400	600	800
...	240	980	3950	8800	15500

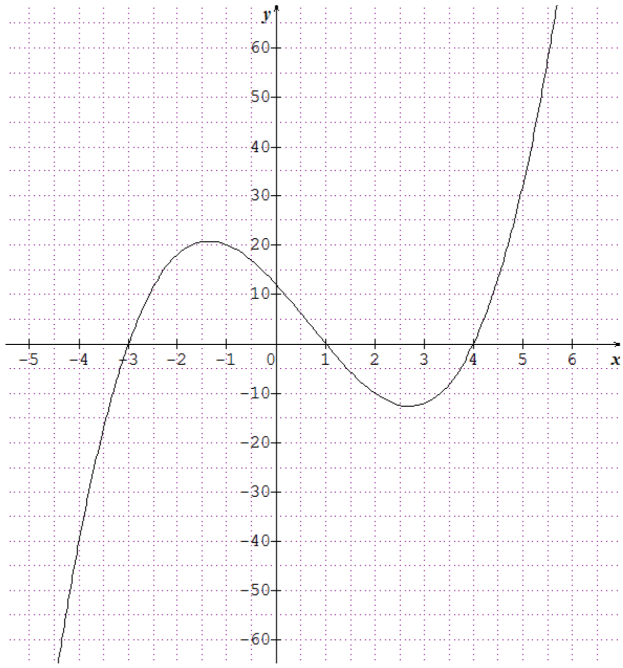
1. Compléter la première colonne du tableau.

2. Déterminer $h(200)$ et interpréter ce résultat dans le contexte du problème.

3. **a]** Déterminer si ce tableau de valeurs est un tableau de proportionnalité.

b] Que peut-on en déduire en ce qui concerne la fonction h ?

Exercice 4



On considère la fonction g représentée par la courbe ci-contre.
Compléter les textes suivants :

Sur la courbe, le point d'abscisse 2 semble avoir pour ordonnée ... .

Donc, par la fonction g, l'image de ... est environ ... .

En notation mathématique, on écrira $g(...) \approx$ ... .

De même, on peut écrire que :
$g(-1) \approx$ ... $g(-3) \approx$ ... $g(3) \approx$ ... $g(5{,}5) \approx$ ...

Sur la courbe, le point d'ordonnée (-40) semble avoir pour abscisse ... .

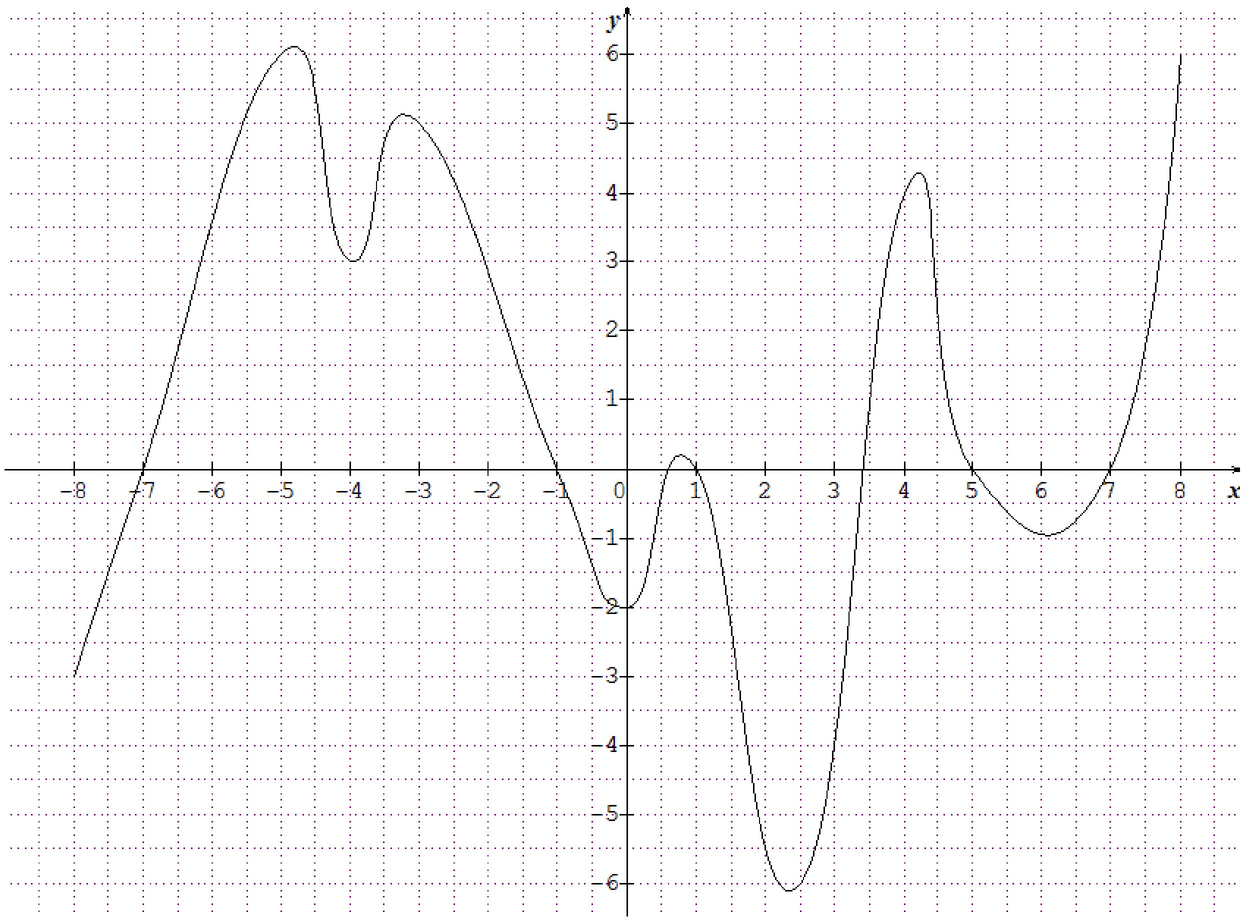
Donc, par la fonction g, l'antécédent de ... est environ ... .

En notation mathématique, on écrira $g(...) \approx$ ... .

De même, on peut écrire que :
$g(...) \approx 45$ $g(...) \approx 5$ $g(...) \approx 5$ $g(...) \approx 5$

La courbe coupe les axes du repère en quatre points dont les coordonnées sont environ (... ; ...) ; (... ; ...) ; (... ; ...) et (... ; ...).
On en déduit : $g(...) \approx$ ... $g(...) \approx$ ... $g(...) \approx$ ... $g(...) \approx$ ...

Exercice 5



On considère la fonction f ayant la représentation graphique ci-dessus.

1. Par lecture graphique, déterminer :

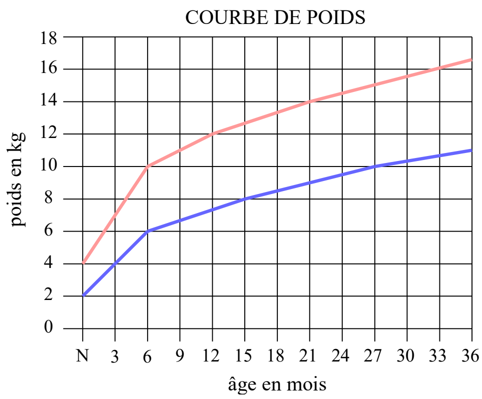
a] les images des nombres (-5) ; 2 et 7,5 par la fonction f.
b] les antécédents des nombres (-3) et 0 par la fonction f.

2. Résoudre graphiquement les équations et inéquations suivantes :

a] $f(x) = 6$
b] $f(0) = x$
c] $f(x) < -4$

Exercice 6

Ci-contre, un extrait du carnet de santé donné à chaque enfant.



Les deux courbes indiquent les limites basses et hautes de l'évolution du poids d'un enfant : sa courbe de poids doit *a priori* se situer entre ces deux courbes.
On considère la fonction f qui, à un âge en mois, associe le poids minimum en kg et la fonction g qui, à un âge en mois, associe le poids maximum en kg.

1. Compléter le tableau suivant par lectures graphiques.

x	3	12		24		36
$f(x)$			9			
$g(x)$					15	

2. **a]** Interpréter les résultats de la colonne $x = 12$.
b] À quoi correspond le N en début d'axe des abscisses ?

3. Le papa de Knud a noté les renseignements suivants avec p la fonction qui associe à l'âge x en mois, le poids en kg.

x	0	3	6	9	12	18	24	36
$p(x)$	3,5	6	7	7,8	8,5	9,1	9,4	10

Commenter cette évolution.

Exercice 7

Tracer la courbe représentative d'une fonction h obéissant aux conditions suivantes :

- 2 a pour antécédents 1 et 3 par la fonction h.
- 3 est l'image de (-3) par la fonction h.
- 0 est l'unique antécédent de 4 par la fonction h.
- (-1) a pour image 2,5 par la fonction h.
- $h(1,5)=0$.

Exercice 8

Soit f la fonction qui, à un nombre x, associe le nombre $3x+4$.

1. Calculer les images par f des nombres (-3) et $\frac{7}{6}$.

2. Calculer les antécédents par f des nombres (-2) et $\sqrt{3}$.

Exercice 9

Soit la fonction $g : x \to 3x^2 - 1$.

1. Calculer $g(-2)$.
2. Rechercher les antécédents par g des nombres (-13) et 5.

Exercice 10

Soit la fonction h telle que, pour tout x on a $h(x) = x^2 - x - 6$.

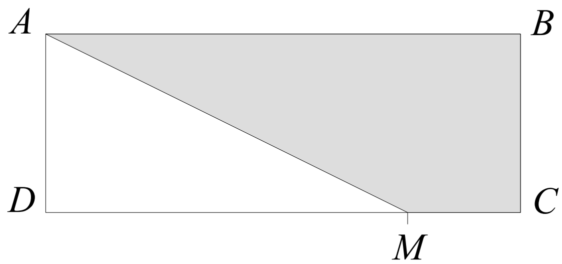
1. Compléter, sans justifier, le tableau de valeurs suivant :

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$h(x)$								

2. Tracer la représentation graphique de la fonction h dans un repère orthonormé.

Exercice 11

On considère un rectangle $ABCD$ tel que $AB = 16$ cm et $AD = 6$ cm.
On place un point M sur le segment $[DC]$.



1. Exprimer l'aire de $AMCB$ en fonction de MC.

2. Donner une expression de la fonction f par laquelle chaque valeur possible de MC a pour image l'aire du trapèze $AMCB$.

3. Déterminer $f(7)$ et interpréter ce résultat.

4. Déterminer $f(-10)$ et interpréter ce résultat.

Exercice 12

Numa et Rufine décident de faire une course de 23 km.
Ci-contre sont représentées f (en noir) et g (en rouge), les fonctions qui, au temps écoulé depuis le départ exprimé en heures, associent les distances parcourues en kilomètres, respectivement par Numa et par Rufine.

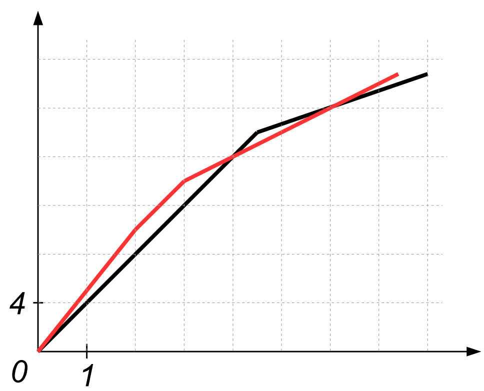
1. Déterminer graphiquement la valeur de $f(2)$ et de $g(2)$.
   Interpréter ces résultats.

2. Qui est en tête après 14 km de course ?
   Donner le temps de chaque coureur.

3. Résoudre graphiquement l'équation $f(x) = g(x)$.
   Interpréter le résultat.

4. Résoudre graphiquement l'inéquation $g(x) \leqslant f(x)$.
   Interpréter le résultat.

5. Qui a gagné la course ?
   Indiquer le temps total mis par chaque coureur.



Exercice 13

Déterminer la nature des fonctions suivantes :

$f_1 : x \to x-1$ $\quad$ $f_2 : x \to 2-5x$ $\quad$ $f_3 : x \to \dfrac{5x+2}{3}$ $\quad$ $f_4 : x \to \pi x$ $\quad$ $f_5 : x \to x(x+1)-x^2$ $\quad$ $f_6 : x \to x(x+1)^2-x^3$

Exercice 14

1. Prisca dit "La fonction qui, au rayon d'un cercle, associe son périmètre, est une fonction affine."
Landrade répond "Tu te trompes : remplace *périmètre* par *aire* et ta phrase deviendra juste."
Déterminer, en justifiant, qui a raison, de Prisca ou de Landrade.

2. Déterminer la fonction h qui, à un nombre x, associe la hauteur du triangle équilatéral de côté x. Préciser la nature de h.

Exercice 15

Le prix d'un kg de pommes est 1,50 €. On considère la fonction f par laquelle la masse de pommes en kg a pour image son prix.

1. **a]** Donner une expression de f.
b] Quelle est la nature de la fonction f ?

2. **a]** Calculer l'image de 10 par f et interpréter le résultat par rapport à la situation.
b] Déterminer l'antécédent de 4,8 par f et interpréter le résultat.

3. **a]** Justifier l'égalité $f(3) + f(7) = f(10)$ par le calcul et l'interpréter par rapport à la situation.
b] Même question avec l'égalité $f(20) = 2 \times f(10)$.

4. Quelle est l'image de (-6) par f ? Peut-on interpréter ce résultat par rapport à la situation ?

Exercice 16

Soit h la fonction affine qui, à un nombre x, associe le nombre $7x + 3$.

1. **a]** Calculer les images de (-3) ; (-1) ; 2 ; 4 ; et 5 par la fonction h.
b] Calculer les rapports suivants : $\dfrac{h(5)-h(2)}{5-2}$; $\dfrac{h(5)-h(-1)}{5-(-1)}$; $\dfrac{h(-3)-h(4)}{-3-4}$
c] Démontrer que, quels que soient les nombres c et d (avec $c \neq d$), l'accroissement $\dfrac{h(c)-h(d)}{c-d}$ est constant.

2. Compléter les phrases suivantes :

Lorsque x augmente de 1, $h(x)$ augmente de …

Lorsque x augmente de 3, $h(x)$ augmente de …

Si la différence entre deux nombres est (-2), alors la différence entre leurs images par la fonction h est ...

Exercice 17

1. Déterminer la fonction linéaire g qui, au nombre 6, associe $\frac{4}{3}$.

2. Soit f la fonction affine telle que $f(4) = 11$ et $f(6) = 8$.

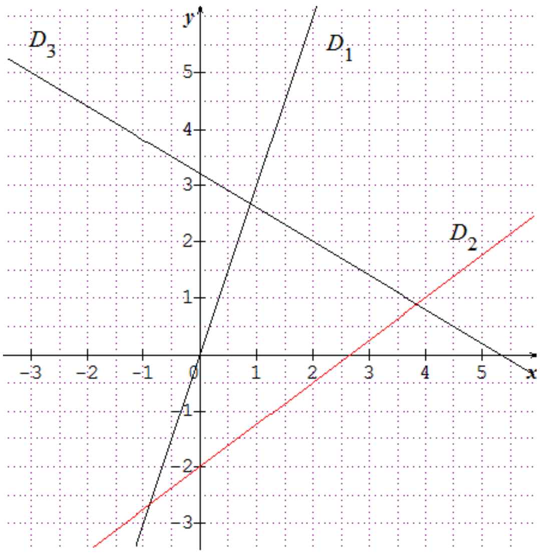
a] Calculer l'accroissement de f entre 4 et 6. En déduire que $f(x)$ s'écrit sous la forme $-\frac{3}{2}x+b$.

b] À partir de la relation $f(4) = 11$ écrire une équation dont b est l'inconnue. Résoudre l'équation et en déduire l'écriture de f.

3. Déterminer la fonction affine h telle que $h(2) = -1$ et $h(\frac{1}{2})=3$.

Exercice 18

On considère les trois droites ci-contre, (D_1), (D_2) et (D_3), qui sont les représentations graphiques respectives des fonctions f_1, f_2 et f_3.



1. a] Placer sur (D_1) un point A_1 dont on lira les coordonnées.
b] En déduire la pente de (D_1).
c] En déduire l'expression de f_1.

2. a] Placer sur (D_2) deux points A_2 et B_2 dont on lira les coordonnées.
b] En déduire la pente de (D_2).
c] Lire sur le graphique l'ordonnée à l'origine de (D_2).
d] En déduire l'expression de f_2.

3. a] Placer sur (D_3) deux points A_3 et B_3 dont on lira les coordonnées.
b] En déduire la pente de (D_3).
c] Peut-on lire sur le graphique l'ordonnée à l'origine de (D_3) ?
d] Déterminer l'expression de f_3.

Exercice 19

Dans une ville, on propose les tarifs suivants pour les transports en commun :
Tarif 1 : ticket ordinaire coûtant 0,80 € par trajet.
Tarif 2 : abonnement mensuel de 10 € et tarif réduit à 0,40 € par trajet.
Tarif 3 : abonnement annuel de 180€ avec trajets à volonté.

1. Chercher quel tarif aura intérêt à choisir une personne effectuant 18 trajets par mois.

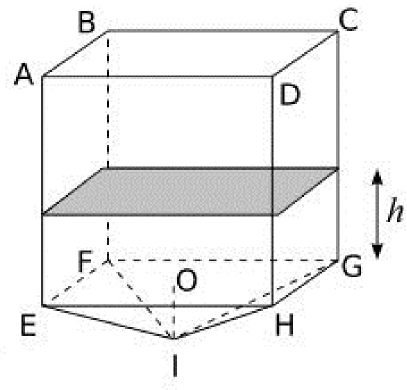
2. Exprimer les fonctions t_1, t_2 et t_3 qui, à un nombre annuel de trajets x, associent respectivement le prix payé.

3. Dans un repère orthonormé, tracer C_1, C_2 et C_3, représentations graphiques respectives de t_1, t_2 et t_3.

4. a] Lire et interpréter les coordonnées du point d'intersection de C_1 et C_2.
b] Retrouver ces coordonnées par le calcul.

Exercice 20

Un réservoir est constitué d'une pyramide régulière à base carrée de hauteur *OI*, surmontée d'un parallélépipède rectangle. On donne : $AB = BC = 2$ m ; $AE = 5$ m ; $OI = 1{,}5$ m.



1. **a]** Calculer le volume de la pyramide.
b] Calculer le volume total du réservoir.

2. On remplit d'eau ce réservoir. La partie pyramidale étant entièrement pleine, on appelle h la hauteur d'eau dans le parallélépipède rectangle.

a] Donner un encadrement de h.
b] Exprimer en fonction de h le volume d'eau dans le parallélépipède rectangle.
c] Montrer que le volume d'eau dans le réservoir peut être donné par une fonction affine V que l'on précisera.
d] Trouver le volume d'eau contenu dans le réservoir lorsque h vaut 1,8 m.
Quel est, arrondi à l'unité, le pourcentage de remplissage du réservoir ?

Corrigés

Exercice 1

a] $f : x \rightarrow x+2$

b] $g : x \rightarrow 3{,}5\,x$

c] $h : x \rightarrow 2\,x-1$

d] $k : x \rightarrow x^2+5$

Exercice 2

1. Les images, par la fonction *f*, des nombres 1 et 8, sont respectivement 8 et (-5).

2. Les antécédents, par la fonction *f*, de (-1) sont (-4) et 4.
L'antécédent de 1 par la fonction *f* est (-1).

3. **a]** Par la fonction *f*, 2 a pour image 5.
b] Par la fonction *f*, (-4) est un antécédent de (-1).
c] Par la fonction *f*, 4 a pour antécédent 0.
d] Par la fonction *f*, (-5) est l'image de (-8).

4. La question **3** mène aux égalités suivantes : $f(2)=5$; $f(-4)=-1$; $f(0)=4$ et $f(-8)=-5$.

5. Par la fonction *f*, le nombre 0 a une image et au moins un antécédent.

Exercice 3

1. On complète la première colonne du tableau avec $h(v)$.

2. On a $h(200) = 980$. Cela signifie que 980m est la hauteur maximale atteinte par le projectile lancé à 200m/s.

3. **a]** On a $980 \times 100 = 98000$ et $240 \times 200 = 48000$. Comme $98000 \neq 48000$ alors on n'a pas un tableau de proportionnalité.
b] On en déduit que la fonction *h* n'est pas une fonction linéaire.

Exercice 4

Sur la courbe, le point d'abscisse 2 semble avoir pour ordonnée (-10).
Donc, par la fonction *g*, l'image de 2 est environ (-10) .
En notation mathématique, on écrira $g(2) \approx -10$.
De même, on peut écrire que :
$g(-1) \approx 20$ $g(-3) \approx 0$ $g(3) \approx -12$ $g(5{,}5) \approx 60$

Sur la courbe, le point d'ordonnée (-40) semble avoir pour abscisse (-4).
Donc, par la fonction *g*, l'antécédent de (-40) est environ (-4).
En notation mathématique, on écrira $g(-4) \approx -40$.
De même, on peut écrire que :
$g(5{,}2) \approx 45$ $g(-2{,}8) \approx 5$ $g(0{,}6) \approx 5$ $g(4{,}2) \approx 5$

La courbe coupe les axes du repère en quatre points dont les coordonnées sont environ (-3 ; 0) ; (0 ; 12) ; (1 ; 0) et (4 ; 0).
On en déduit : $g(-3) \approx 0$ $g(0) \approx 12$ $g(1) \approx 0$ $g(4) \approx 0$

Exercice 5

1. **a]** Les images des nombres (-5) ; 2 et 7,5 par la fonction *f* sont respectivement 6 ; (-5,5) et 1,7.
b] Les antécédents de (-3) par la fonction *f* sont (-8) ; 1,6 et 3,1.
Les antécédents de 0 par la fonction *f* sont (-7) ; (-1) ; 0,6 ; 1 ; 3,4 ; 5 et 7.

2. **a]** Les solutions de l'équation $f(x) = 6$ sont (-5) ; (-4,6) et 8.
b] La solution de l'équation $f(0) = x$ est (-2).
c] Les solutions de l'équation $f(x) < -4$ sont tous les nombres compris entre 1,7 et 3.

Exercice 6

1.

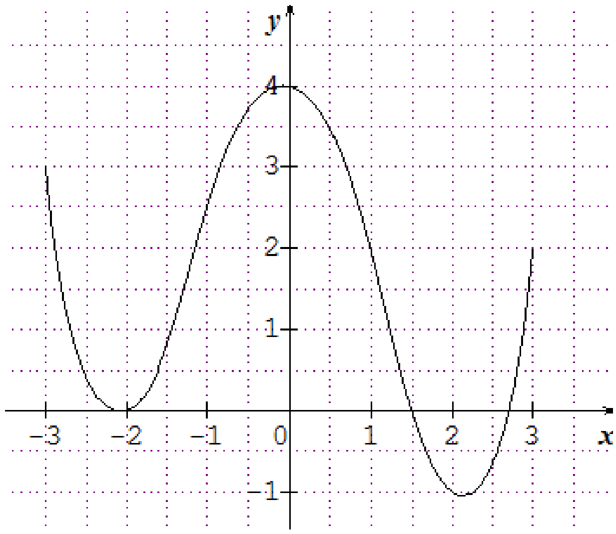
x	3	12	21	24	27	36
$f(x)$	4	7 ,3	9	9,5	10	11
$g(x)$	7	12	14	14,5	15	16,5

2. **a]** La colonne x = 12 nous apprend que le poids normal d'un bébé âgé de 12 mois doit être compris entre environ 7,3 et 12kg.
b] Le N en origine de l'axe des abscisses correspond vraisemblablement au mot *naissance*.

3. Il semble que le poids de Knud soit anormalement bas à partir de l'âge de 24 mois.

Exercice 7

La fonction h pourrait avoir la représentation graphique ci-contre.



Exercice 8

1. On a $f(-3) = 3\times(-3) + 4$ donc $f(-3) = -9 + 4$ d'où $f(-3) = -5$.
On a $f\left(\frac{7}{6}\right)=3\times\frac{7}{6}+4$ donc $f\left(\frac{7}{6}\right)=\frac{7}{2}+\frac{8}{2}$ d'où $f\left(\frac{7}{6}\right)=\frac{15}{2}$.
Les images par f des nombres (-3) et $\frac{7}{6}$ sont respectivement **(-5) et $\mathbf{\frac{15}{2}}$**.

2. On cherche x tel que $f(x) = -2$
$3x + 4 = -2$
$3x = -6$
$x = -2$
Le seul antécédent de (-2) par *f* est (-2).

On cherche x tel que $3x+4=\sqrt{3}$
$3x=\sqrt{3}-4$
$x=\frac{\sqrt{3}-4}{3}$
Le seul antécédent de $\sqrt{3}$ par *f* est $\mathbf{\frac{\sqrt{3}-4}{3}}$.

Exercice 9

1. On a $g(-2)=3\times(-2)^2-1$ donc $g(-2)=3\times4-1$ soit $\mathbf{g(-2)=11}$.

2. On cherche x tel que $g(x)=-13$
$3x^2-1=-13$
$3x^2=-12$
Comme un carré est forcément positif alors l'équation n'a pas de solution donc **(-13) n'a pas d'antécédent par *g***.

On cherche x tel que $3x^2-1=5$
$3x^2=6$
$x^2=2$
$x=\sqrt{2}$ ou $x=-\sqrt{2}$
Les antécédents de 5 par *g* sont $\sqrt{2}$ et $-\sqrt{2}$.

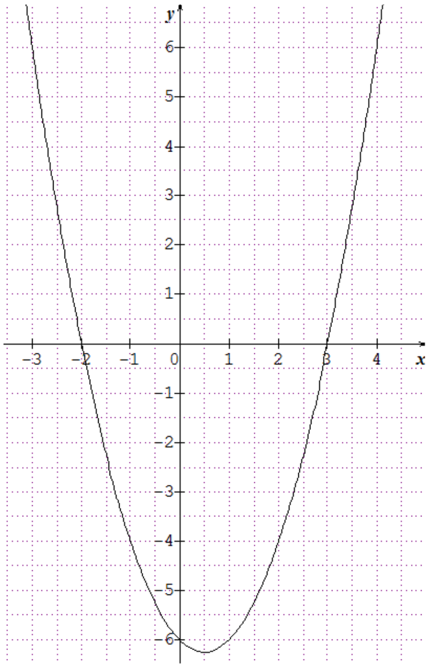
Exercice 10

1.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
$h(x)$	**6**	**0**	**-4**	**-6**	**-6**	**-4**	**0**	**6**

2.

Ci-contre, la courbe représentative de h.



Exercice 11

1. L'aire du rectangle $ABCD$ vaut 16×6=96cm². L'aire du triangle ADM vaut $\frac{(16-MC)\times 6}{2}=3(16-MC)$.
On en déduit que l'aire de $AMCB$ vaut $96-3(16-MC)=96-48+3MC$ ou encore $\mathbf{48+3\,MC}$.

2. On définit f ainsi : $f : x \rightarrow \mathbf{48+3\,x}$.

3. On a $f(7)$ = 48 + 3×7 soit $\mathbf{f(7) = 69}$. Si MC = 7cm alors l'aire du trapèze $AMCB$ vaut **69cm²**.

4. On a $f(-10)$ = 48 + 3×(-10) soit $\mathbf{f(-10) = 18}$.
On ne peut pas interpréter ce résultat par rapport à la situation étudiée car MC ne peut pas avoir une mesure négative.

Exercice 12

1. D'après le graphique, on a $f(2)$=8 et de $g(2)$=10.
Après deux heures de course, Numa et Rufine ont parcouru respectivement 8 et 10km.

2. Après 14km de course, Rufine est en tête : les temps respectifs de Rufine et Numa sont alors 3h et 3h30.

3. Graphiquement, l'équation $f(x) = g(x)$ a deux solutions qui sont 4 et 6.
Cela signifie que Numa et Rufine se croisent au bout de 4h puis de 6h de course.

4. Graphiquement, l'inéquation $g(x) \leqslant f(x)$ a pour solutions tous les nombres compris entre 4 et 6.
Cela signifie qu'entre 4h et 6h de course, Numa court devant Rufine.

5. C'est Rufine qui a gagné la course, en environ 7h20, alors que Numa a mis 8h pour la finir.

Exercice 13

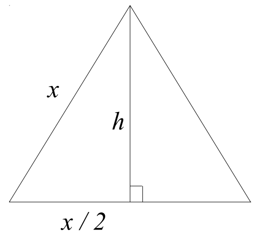
f_1 est affine avec $a = 1$ et $b = -1$.
f_2 est affine avec $a = -5$ et $b = 2$.
f_3 est affine avec $a=\frac{5}{3}$ et $b=\frac{2}{3}$.

f_4 est affine et linéaire avec $a=\pi$.
f_5 est affine et linéaire avec $a=1$.
f_6 n'est pas affine car $f_6(x)=2x^2+x$

Exercice 14

1. La fonction qui, au rayon d'un cercle, associe son périmètre, est $x \rightarrow 2\pi x$, fonction linéaire avec 2π pour coefficient.
La fonction qui, au rayon d'un cercle, associe son aire, est $x \rightarrow \pi x^2$, qui n'est pas une fonction affine.
Par conséquent, Landrade a deux fois tort : non seulement sa proposition est fausse mais en plus Prisca avait raison.

2. Soit un triangle équilatéral de côté x et de hauteur h. Comme la hauteur se confond avec la médiatrice, la bissectrice et la médiane relatives au même sommet, alors on obtient un triangle rectangle vérifiant $x^2=\left(\frac{x}{2}\right)^2+h^2$ d'où $h^2=\frac{3x^2}{4}$ donc $h=\frac{\sqrt{3}}{2}x$.
Autrement dit, la fonction h qui, à un nombre x, associe la hauteur du triangle équilatéral de côté x est $\boldsymbol{h : x \rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2}x}$. C'est une fonction linéaire de coefficient $\frac{\sqrt{3}}{2}$.



Exercice 15

1. **a]** La fonction f associe, à une masse x en kg, son prix $f(x)=1{,}5x$ en euros.
b] La fonction f est linéaire de coefficient 1,5.

2. **a]** L'image de 10 par f est $f(10) = 15$. Cela signifie que 10kg de pommes coûtent 15€.
b] Cherchons x tel que $f(x) = 4{,}8$ soit $1{,}5\,x = 4{,}8$ d'où $x = 3{,}2$.
L'antécédent de 4,8 par f est 3,2 ce qui signifie que pour payer 4,8€ il faut choisir 3,2kg de pommes.

3. **a]** On a $f(3)+f(7)=1{,}5\times3+1{,}5\times7$ donc $f(3)+f(7)=4{,}5+10{,}5$ d'où $f(3)+f(7)=15$.
On a donc bien $f(3)+f(7)=f(10)$ ce qui signifie qu'en achetant 3kg puis 7kg de pommes, on paiera la même somme qu'en achetant 10kg de pommes.
b] On a $f(20)=1{,}5\times20$ donc $f(20)=30$. On a donc bien $f(20) = 2 \times f(10)$.
Cela signifie qu'on paie la même somme en achetant 20kg de pommes qu'en achetant deux fois 10kg.

4. L'image de (-6) par f est $1{,}5\times(-6) = -9$. Comme une masse ne peut pas être négative, on ne peut pas interpréter ce résultat par rapport à la situation.

Exercice 16

1. **a]** Les images de (-3) ; (-1) ; 2 ; 4 et 5 par la fonction h sont respectivement (-18) ; (-4); 17 ; 31 et 38.

b] $\frac{h(5)-h(2)}{5-2}=\frac{38-17}{3}$; $\frac{h(5)-h(-1)}{5-(-1)}=\frac{38-(-4)}{6}$; $\frac{h(-3)-h(4)}{-3-4}=\frac{-18-31}{-7}$
Après calcul et simplification, ces trois rapports sont égaux à 7.

c] On a $\frac{h(c)-h(d)}{c-d}=\frac{7c+3-(7d+3)}{c-d}$ donc $\frac{h(c)-h(d)}{c-d}=\frac{7c-7d}{c-d}$ d'où $\frac{h(c)-h(d)}{c-d}=\frac{7(c-d)}{c-d}$ donc $\frac{h(c)-h(d)}{c-d}=7$
et est donc constant pour toutes les valeurs de c et d.

2. On a montré en **1.** que pour tous les nombres c et d on a $h(c)-h(d)=7(c-d)$ autrement dit l'écart entre deux images vaut 7 fois l'écart entre les deux antécédents correspondant.

Par conséquent :
Lorsque x augmente de 1, $h(x)$ augmente de 7.
Lorsque x augmente de 3, $h(x)$ augmente de 21.
Si la différence entre deux nombres est (-2), alors la différence entre leurs images par la fonction h est (-14).

Exercice 17

1. La fonction linéaire g qui, au nombre 6, associe $\frac{4}{3}$ est de la forme $g(x)=ax$ avec $g(6)=\frac{4}{3}$. On a donc $6a=\frac{4}{3}$ d'où $a=\frac{2}{9}$.

Par conséquent on a $\boldsymbol{g: x \to \frac{2}{9}x}$.

2. **a]** L'accroissement de f entre 4 et 6 vaut $\frac{f(6)-f(4)}{6-4}=-\frac{3}{2}$. L'accroissement de f vaut $\left(-\frac{3}{2}\right)$. D'où $f(x)=-\frac{3}{2}x+b$.

b] On a $f(4)$ qui vaut $-\frac{3}{2}\times 4+b=-6+b$ donc la relation $f(4) = 11$ entraîne $-6+b=11$ d'où $b=17$.

Par conséquent on a $\boldsymbol{f(x)=-\frac{3}{2}x+17}$.

3. Comme la fonction h est affine alors on a $h(x)$ de la forme $ax+b$.

a est l'accroissement de la fonction h donc $a=\frac{h(2)-h(1/2)}{2-1/2}$ donc $a=\frac{-4}{3/2}$ soit $a=-\frac{8}{3}$.

b vérifie $h(2)=a\times 2+b$ ou encore $-1=-\frac{8}{3}\times 2+b$ donc $b=\frac{13}{3}$.

On a donc $\boldsymbol{h(x)=-\frac{8}{3}x+\frac{13}{3}}$.

Exercice 18

1. **a]** On a le point $A_1(1\,;3)$ qui appartient à (D_1).

b] La pente de (D_1) vaut $\frac{3}{1}=3$.

c] On en déduit que $f_1(x)=3x$.

2. **a]** On a les points $A_2(0\,;-2)$ et $B_2(4\,;1)$ qui appartiennent à (D_2).

b] La pente de (D_2) vaut $\frac{1-(-2)}{4-0}=\frac{3}{4}$.

c] On lit sur le graphique que l'ordonnée à l'origine de (D_2) est (-2).

d] On en déduit que $f_2=\frac{3}{4}x-2$.

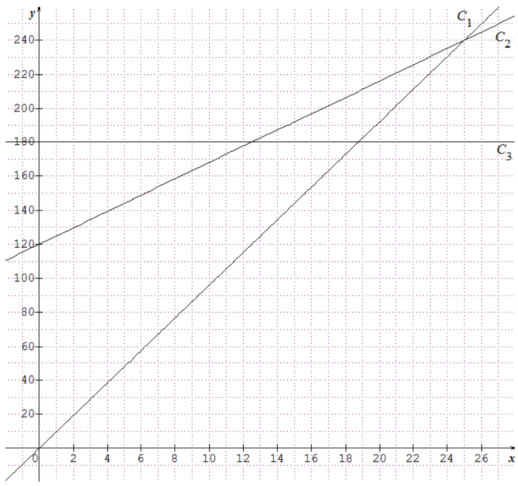
3. **a]** On a les points $A_3(-3\,;5)$ et $B_3(2\,;2)$.

b] La pente de (D_3) vaut $\frac{5-2}{-3-2}=-\frac{3}{5}$.

c] On peut difficilement lire sur le graphique l'ordonnée à l'origine de (D_3).

d] f_3 est de la forme $f_3(x)=-\frac{3}{5}x+b$ avec $f_3(2)=2$ donc $2=-\frac{3}{5}\times 2+b$ d'où $b=\frac{16}{5}$. On a donc $f_3(x)=-\frac{3}{5}x+\frac{16}{5}$.

Exercice 19



1. Une personne effectuant 18 trajets par mois paiera :
0,80×18×12 = 172,8€ si elle choisit le tarif 1.
10×12 + 0,4×18×12 = 206,4€ si elle choisit le tarif 2.
180€ si elle choisit le tarif 3.
La personne qui effectue 18 trajets par mois a intérêt à adopter le tarif 1.

2. On a $t_1(x)=9{,}6x$, $t_2(x)=4{,}8x+120$ et $t_3(x)=180$.

3. Voir ci-contre.

4. **a]** Les coordonnées de l'intersection de C_1 et C_2 semblent (25;240).
Pour 25 voyages mensuels, les tarifs 1 et 2 coûtent 240€.
Au-delà de 25 voyages, le tarif 1 est plus élevé que le tarif 2.

b] Cherchons x tel que $t_1(x)=t_2(x)$ c'est-à-dire $9{,}6x=4{,}8x+120$
donc $4{,}8x=120$ d'où $x = 25$.Puis on a $t_1(x)=9{,}6\times25$ d'où $t_1(x)=240$.
Les coordonnées du point d'intersection de C_1 et C_2 sont donc bien (25;240).

Exercice 20

1. **a]** La base carrée *EFGH* de la pyramide a pour aire 2×2 = 4m².
Le volume de la pyramide est donc $\frac{1}{3}\times4\times1{,}5=2\text{m}^3$.

b] Le volume du pavé *ABCDEFGH* vaut $2\times2\times5=20\text{m}^3$.
Le volume total du réservoir est donc $20+2=22\text{m}^3$.

2. **a]** On a : $0 < h < 5$.

b] Le volume d'eau dans le parallélépipède rectangle est $2\times2\times h=4h\,\text{m}^3$

c] Comme la pyramide est remplie, alors le volume d'eau dans le réservoir est $V(h)=4h+2\,\text{m}^3$.

d] Lorsque h vaut 1,8 m alors le volume d'eau contenu dans le réservoir vaut $V(1{,}8)=4\times1{,}8+2$ soit $9{,}2\,\text{m}^3$.
Le pourcentage de remplissage du réservoir est donc $\frac{9{,}2}{22}\approx42\,\%$.