

Exercices de 3^{ème} – Chapitre 4 – Racines et puissances

Énoncés

Exercice 1

Parmi les nombres suivants, entourer ceux qui sont égaux à $\sqrt{25}$:

$$5 ; -5 ; 5^2 ; \sqrt{(-5)^2} ; (\sqrt{5})^2 ; 25$$

Exercice 2

Compléter les phrases suivantes avec « le carré » ou « la racine carrée » :

100 est de 10.

..... de 64 est 8.

36 est de (-6) et de 6.

100 est de 100².

..... de 8 est 64.

..... de 36 est 6.

Exercice 3

Calculer mentalement, si c'est possible :

$$\sqrt{7^2} ; (\sqrt{17})^2 ; \sqrt{(-9)^2} ; \sqrt{10^4} ; -(\sqrt{13})^2 ; (-\sqrt{4})^2 ; -\sqrt{15^2} ; \sqrt{2^6} ; \sqrt{36} ; 2\sqrt{9} ; 3\sqrt{16} ; 2+\sqrt{25} ; \sqrt{144}-6 .$$

Exercice 4

À l'aide de la calculatrice, donner les arrondis demandés des nombres suivants.

$$\sqrt{85}+3\sqrt{78}\approx\dots \text{ (au centième près)}$$

$$2\sqrt{9,3}-\sqrt{15}\times\sqrt{3,4}\approx\dots \text{ (à } 10^{-3} \text{ près)}$$

$$\frac{\sqrt{27}\times\sqrt{0,4}}{12}\approx\dots \text{ (au millième près)}$$

$$\sqrt{2,5}\times\sqrt{\frac{15}{8}}\approx\dots \text{ (à } 10^{-1} \text{ près)}$$

$$\frac{34-\sqrt{7}}{\sqrt{15}+2}\approx\dots \text{ (à } 10^{-2} \text{ près)}$$

Exercice 5

Sans calculatrice, écrire les nombres suivants sans radical :

$$A=\sqrt{49\times 25}$$

$$B=5\sqrt{81}$$

$$C=-8\sqrt{7^2}$$

$$D=\sqrt{\frac{36}{25}}$$

$$E=\frac{50}{2\sqrt{25}}$$

$$F=\frac{-3\sqrt{16^2}}{4\sqrt{(-3)^2}}$$

$$G=6\sqrt{\left(\frac{5}{6}\right)^2}$$

$$H=\sqrt{\frac{7\times 21}{3}}$$

$$I=(-4\sqrt{7})^2$$

$$J=\left(\frac{7\sqrt{8}}{4}\right)^2$$

$$K=\sqrt{\sqrt{81^2}}$$

Exercice 6

Écrire les nombres suivants sous la forme $a\sqrt{b}$ où b est un entier positif le plus petit possible :

$$\sqrt{12} ; \sqrt{150} ; 5\sqrt{96} ; 2\sqrt{300} ; 50\sqrt{0,5} .$$

Exercice 7

Écrire les nombres suivants sous la forme $a\sqrt{b}$ où b est un entier positif le plus petit possible :

$$\begin{aligned} A &= \sqrt{5} \times \sqrt{15} \\ B &= \sqrt{12} \times \sqrt{30} \\ C &= 5\sqrt{14} \times \sqrt{2} \\ D &= 2\sqrt{63} \times 3\sqrt{21} \\ E &= \sqrt{7} \times \sqrt{28} \times \sqrt{63} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F &= \frac{\sqrt{360}}{\sqrt{2} \times \sqrt{10}} \\ G &= \frac{2\sqrt{50} \times \sqrt{20}}{5\sqrt{2}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H &= 2\sqrt{500} - 5\sqrt{125} - 3\sqrt{180} \\ I &= -5\sqrt{28} + 2\sqrt{63} + \sqrt{567} \end{aligned}$$

Exercice 8

Développer et simplifier :

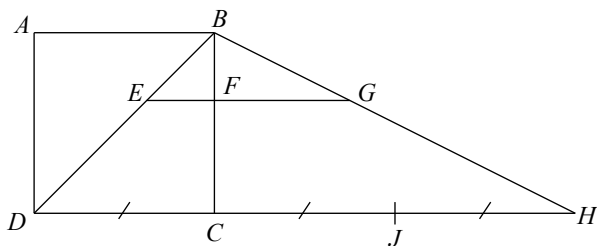
$$\begin{aligned} C &= \sqrt{5}(2 + \sqrt{10}) \\ D &= (-2\sqrt{6} + 4)(\sqrt{3} + \sqrt{2}) \\ E &= (4 - 3\sqrt{6})^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} F &= \left(1 + \frac{\sqrt{5}}{5}\right)^2 \\ G &= (\sqrt{3} - \sqrt{5})(\sqrt{5} + \sqrt{3}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H &= \left(3 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \left(3 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) \\ I &= 2\sqrt{3}(4 - 2\sqrt{2}) - (1 + 3\sqrt{3})^2 \end{aligned}$$

Exercice 9

$ABCD$ est un carré de 3cm de côté. On a :
 $E \in [BD]$; $F \in [BC]$; $(EF) \parallel (DC)$; (EF) coupe (BH) en G .

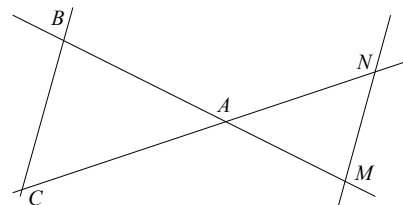


1. Calculer la valeur exacte de BD .
2. Calculer la valeur exacte de BH .
3. Sachant que $BE=2$ cm, calculer BF et BG .

Exercice 11

Sur le dessin ci-contre, on a $(BC) \parallel (MN)$; $AM=3$; $AB=\sqrt{5}$ et $AN=\sqrt{3}$.

Calculer la valeur exacte de la longueur de $[AC]$.



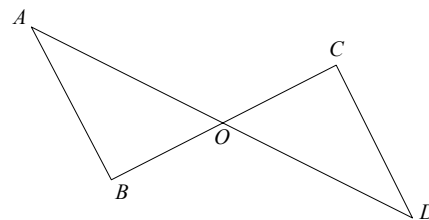
Exercice 12

Soit l'expression $J = -4x^2 + 5x - 7$.

- a) Calculer J pour $x = \sqrt{3}$.
- b) Calculer J pour $x = 1 + \sqrt{2}$.

Exercice 10

Sur le dessin suivant on a :
 $OA = \sqrt{126}$; $OB = 3\sqrt{5}$; $OC = \sqrt{35}$ et
 $OD = \sqrt{98}$.



Les droites (AB) et (CD) sont-elles parallèles ?

Exercices de 3^{ème} – Chapitre 4 – Racines et puissances

Exercice 13

Résoudre les équations suivantes :

a] $2 \times x^2 + 1 = 19$

b] $x^2 + 6 = 3$

c] $3 - \frac{x^2}{2} = -4$

d] $(x + 5)^2 = 9$

Exercice 14

Écrire les résultats des calculs suivants sous la forme a^n avec a un nombre relatif et n un entier positif le plus grand possible.

$$A = 5^3 \times 2^3 \times 7^{-3}$$

$$B = 2^8 \times 2^{-11}$$

$$C = 7^2 + 2^5$$

$$D = (4^5)^4$$

$$E = \frac{3}{9^5}$$

Exercice 15

1. Effectuer le calcul suivant en donnant le résultat en écriture scientifique : $A = \frac{2^4 : \left(2^{-10} \times \frac{2^7}{2^{24}} \right)}{\left(\frac{2^{19}}{2^{-3}} \right) \times 2 \times (2^3)^4}$

2. Effectuer le calcul suivant en donnant le résultat sous la forme d'une fraction au cube : $B = \frac{(3 \times 2^5)^6 \times 6^5 : \frac{9}{50}}{15^3 \times 8^{13} \times \frac{3^3}{25^2}}$

Exercice 16

Simplifier au maximum l'écriture de C et D en faisant en sorte que tous les exposants soient positifs.

$$C = \frac{(a^2)^{-3} \times b^3}{a^{-5} \times (b^6)^4}$$

$$D = \frac{b \times (a^{-3})^{-6} + a^9}{a^9 \times (b^{-5})^4}$$

Exercice 17

Effectuer les conversions suivantes, en arrondissant éventuellement les résultats au dixième.

1. Convertir 130 km.h⁻¹ en m.s⁻¹.
2. Convertir 3,5 m.s⁻¹ en km.h⁻¹.
3. Convertir 35,6 g.cm⁻³ en kg.m⁻³.
4. Convertir 5 cL.s⁻¹ en cm³.min⁻¹.

Exercice 18

Une piscine olympique mesure 50 m de long sur 20 m de large et a une profondeur moyenne de 1,70 m. Combien de temps faut-il pour la remplir à l'aide d'une pompe dont le débit est de 7500 L.h⁻¹ ? Donner le résultat en jours, heures et minutes.

Exercices de 3^{ème} – Chapitre 4 – Racines et puissances

Exercice 19

L'eau d'un bassin est une solution saline dont la concentration en sel est égale à 35 g.L^{-1} .

Le bassin est semblable à un pavé droit dont les dimensions sont 5 m ; 3 m et 2,5 m.

Calculer la quantité de sel contenue dans ce bassin. On donnera le résultat dans une unité de mesure adaptée.

Exercice 20

Le parsec (pc) est une unité de longueur utilisée en astronomie. Pour des raisons pratiques, les astronomes expriment souvent les distances des objets astronomiques en parsecs plutôt qu'en années-lumière.

On considèrera qu'un parsec vaut 3,261 années-lumière (al).

Vark Dador, lors d'une inspection des contrées lointaines de l'Empire, doit parcourir 12 523 pc à bord de son vaisseau.

Quelle doit être la vitesse de son navire (en $\text{al} \cdot \text{h}^{-1}$) pour que le voyage dure six mois (180 jours) ?

Donner la valeur arrondie au dixième.

Corrigés

Exercice 1

Parmi les nombres donnés, ceux égaux à $\sqrt{25}$ sont : 5 ; $\sqrt{(-5)^2}$; $(\sqrt{5})^2$

Exercice 2

100 est le carré de 10.

La racine carrée de 64 est 8.

36 est le carré de (-6) et de 6.

100 est la racine carrée de 100².

Le carré de 8 est 64.

La racine carrée de 36 est 6.

Exercice 3

$$\begin{array}{ccccccc} \sqrt{7^2}=7 & (\sqrt{17})^2=17 & \sqrt{(-9)^2}=9 & \sqrt{10^4}=100 & -(\sqrt{13})^2=-13 & (-\sqrt{4})^2=4 & -\sqrt{15^2}=-15 \\ \sqrt{2^6}=8 & \sqrt{36}=6 & 2\sqrt{9}=6 & 3\sqrt{16}=12 & 2+\sqrt{25}=7 & \sqrt{144}-6=6 & \end{array}$$

Exercice 4

$$\sqrt{85}+3\sqrt{78}\approx 35,71$$

$$\sqrt{2,5}\times\sqrt{\frac{15}{8}}\approx 2,2$$

$$2\sqrt{9,3}-\sqrt{15}\times\sqrt{3,4}\approx -1,042$$

$$\frac{34-\sqrt{7}}{\sqrt{15+2}}\approx 5,34$$

$$\frac{\sqrt{27}\times\sqrt{0,4}}{12}\approx 0,274$$

Exercice 5

$$\begin{array}{l} A = 35 \\ B = 45 \\ C = -56 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} D = \frac{6}{5} \\ E = 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} F = -4 \\ G = 5 \\ H = 7 \\ I = 112 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} J = \frac{49}{2} \\ K = 9 \end{array}$$

Exercice 6

$$\sqrt{12}=2\sqrt{3} ; \sqrt{150}=5\sqrt{6} ; 5\sqrt{96}=20\sqrt{6} ; 2\sqrt{300}=20\sqrt{3} ;$$

$$50\sqrt{0,5}=25\times 2\times\sqrt{0,5} \text{ donc } 50\sqrt{0,5}=25\sqrt{4}\times\sqrt{0,5} \text{ donc } 50\sqrt{0,5}=25\sqrt{2} .$$

Exercice 7

$$A=5\sqrt{3}$$

$$F=\frac{6\sqrt{10}}{\sqrt{2}\times\sqrt{10}}$$

$$\begin{aligned} H &= 2\sqrt{5\times 100}-5\sqrt{5\times 25}-3\sqrt{5\times 36} \\ &= 2\times 10\sqrt{5}-5\times 5\sqrt{5}-3\times 6\sqrt{5} \\ &= 20\sqrt{5}-25\sqrt{5}-18\sqrt{5} \\ H &= -23\sqrt{5} \end{aligned}$$

$$B=6\sqrt{10}$$

$$F=3\sqrt{2}$$

$$C=10\sqrt{7}$$

$$G=\frac{2}{5}\sqrt{\frac{5\times 10\times 2\times 10}{2}}$$

$$\begin{aligned} I &= -5\sqrt{7\times 4}+2\sqrt{9\times 7}+\sqrt{7\times 81} \\ &= -5\times 2\sqrt{7}+2\times 3\sqrt{7}+9\sqrt{7} \\ &= -10\sqrt{7}+6\sqrt{7}+9\sqrt{7} \\ I &= 5\sqrt{7} \end{aligned}$$

$$D=126\sqrt{3}$$

$$E=42\sqrt{7}$$

$$G=4\sqrt{5}$$

Exercice 8

$$C = 2\sqrt{5} + 5\sqrt{2}$$

$$D = -2\sqrt{18} - 2\sqrt{12} + 4\sqrt{3} + 4\sqrt{2} \text{ donc } D = -2\sqrt{2}$$

$$E = 16 - 24\sqrt{6} + 54 \text{ donc } E = 70 - 24\sqrt{6}$$

$$F = 1 + 2\frac{\sqrt{5}}{5} + \frac{5}{25} \text{ donc } F = \frac{6 + 2\sqrt{5}}{5}$$

$$G = (\sqrt{3})^2 - (\sqrt{5})^2 \text{ donc } G = -2.$$

$$H = 9 - \frac{3}{4} \text{ donc } H = \frac{33}{4}$$

$$I = 8\sqrt{3} - 4\sqrt{6} - 1 - 6\sqrt{3} - 27 \text{ donc } I = 2\sqrt{3} - 4\sqrt{6} - 28$$

Exercice 9

- Comme le triangle ABD est rectangle en A alors $BD^2 = AB^2 + AD^2$. Donc $BD^2 = 18$ d'où $BD = 3\sqrt{2}$.
- Comme le triangle BCH est rectangle en C alors $BH^2 = CB^2 + CH^2$. Donc $BH^2 = 45$ d'où $BH = 3\sqrt{5}$.
- Comme les parallèles (EF) et (CD) interceptent les droites (DE) et (CF) sécantes en B alors on a $\frac{BE}{BD} = \frac{BF}{BC} = \frac{EF}{CD}$.
D'où $\frac{2}{3\sqrt{2}} = \frac{BF}{3}$. On en déduit que $BF = \frac{2}{\sqrt{2}}$ d'où $BF = \sqrt{2}$.
De même on trouve $\frac{BE}{BD} = \frac{BG}{BH} = \frac{EG}{HD}$ d'où $\frac{2}{3\sqrt{2}} = \frac{BG}{3\sqrt{5}}$ donc $BG = \sqrt{10}$.

Exercice 10

On a $\frac{OA}{OD} = \frac{\sqrt{126}}{\sqrt{98}}$ donc $\frac{OA}{OD} = \sqrt{\frac{126}{98}}$ d'où $\frac{OA}{OD} = \sqrt{\frac{9}{7}}$.

De plus $\frac{OB}{OC} = \frac{3\sqrt{5}}{\sqrt{35}}$ donc $\frac{OB}{OC} = \sqrt{\frac{45}{35}}$ d'où $\frac{OB}{OC} = \sqrt{\frac{9}{7}}$.

Comme $\frac{OA}{OD} = \frac{OB}{OC}$ et que A, O, D et B, O, C sont alignés dans cet ordre alors (AB) et (CD) sont parallèles.

Exercice 11

Comme les parallèles (BC) et (MN) interceptent les droites (BM) et (CN) sécantes en A alors on a $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$.

On a donc $\frac{3}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{3}}{AC}$ soit $AC = \frac{\sqrt{3} \times \sqrt{5}}{3}$. D'où $AC = \frac{\sqrt{15}}{3}$.

Exercice 12

a) Si $x = \sqrt{3}$ alors $J = -4 \times 3 + 5\sqrt{3} - 7$ donc $J = -19 + 5\sqrt{3}$.

b) Si $x = 1 + \sqrt{2}$ alors $J = -4(1 + \sqrt{2})^2 + 5(1 + \sqrt{2}) - 7$ donc $J = -4(1 + 2\sqrt{2} + 2) + 5 + 5\sqrt{2} - 7$ d'où $J = -14 - 3\sqrt{2}$.

Exercice 13

a) $2x^2 + 1 = 19$ est équivalente à $x^2 = 9$. Les solutions sont **(-3) et 3**.

b) $x^2 + 6 = 3$ est équivalente à $x^2 = -3$. L'équation n'a pas de solution.

c) $3 - \frac{x^2}{2} = -4$ est équivalente à $x^2 = 14$. Les solutions sont **$(-\sqrt{14})$ et $\sqrt{14}$** .

d) De $(x + 5)^2 = 9$ on déduit que $x + 5 = 3$ ou $x + 5 = -3$. Les solutions de l'équation sont donc **(-2) et (-8)**.

Exercice 14

$$A = 5^3 \times 2^3 \times 7^{-3}$$

$$= \frac{5^3 \times 2^3}{7^3}$$

$$A = \left(\frac{10}{7}\right)^3$$

$$B = 2^8 \times 2^{-11}$$

$$= 2^{-3}$$

$$B = \left(\frac{1}{2}\right)^3$$

$$C = 7^2 + 2^5$$

$$= 49 + 32$$

$$= 81$$

$$= 9^2$$

$$C = 3^4$$

$$D = (4^5)^4$$

$$= 4^{20}$$

$$= (2^2)^{20}$$

$$D = 2^{40}$$

$$E = \frac{3}{9^5}$$

$$= \frac{3}{(3^2)^5}$$

$$= \frac{3}{3^{10}}$$

$$= 3^{-9}$$

$$E = \left(\frac{1}{3}\right)^9$$

Exercice 15

1.
$$A = \frac{2^4 \cdot \left(2^{-10} \times \frac{2^7}{2^{24}}\right)}{\left(\frac{2^{19}}{2^{-3}}\right) \times 2 \times (2^3)^4}$$

$$= \frac{2^4 \cdot (2^{-10} \times 2^{-17})}{(2^{19} \times 2^3) \times 2 \times 2^{12}}$$

$$= \frac{2^4 \times 2^{10} \times 2^{17}}{2^{22} \times 2 \times 2^{12}}$$

$$= \frac{2^{31}}{2^{35}}$$

$$= \frac{1}{2^4}$$

$$= 0,0625$$

$$A = 6,25 \times 10^{-2}$$

2.
$$B = \frac{(3 \times 2^5)^6 \times 6^5 \cdot \frac{9}{50}}{15^3 \times 8^{13} \times \frac{3^3}{25^2}}$$

$$= \frac{3^6 \times 2^{30} \times 6^5 \times \frac{50}{9}}{15^3 \times 8^{13} \times 3^3 \times 25^{-2}}$$

$$= \frac{3^6 \times 2^{30} \times 2^5 \times 3^5 \times 5 \times 2 \times 5 \times 3^{-2}}{3^3 \times 5^3 \times 2^{39} \times 3^3 \times 5^{-4}}$$

$$= \frac{3^9 \times 2^{36} \times 5^2}{3^6 \times 5^{-1} \times 2^{39}}$$

$$= 3^3 \times 2^{-3} \times 5^3$$

$$B = \left(\frac{15}{2}\right)^3$$

Exercice 16

$$C = \frac{a^{-6} \times b^3}{a^{-5} \times b^4} \text{ donc } C = a^{-6} \times b^3 \times a^5 \times b^{-4} \text{ d'où } C = a^{-1} \times b^{-21} \text{ donc } C = \frac{1}{a \times b^{21}}.$$

$$D = \frac{b \times a^{18} + a^9}{a^9 \times b^{-20}} \text{ donc } D = \frac{b \times a^9 + 1}{b^{-20}} \text{ donc } D = b^{21} \times a^9 + b^{20}.$$

Exercice 17

1. $130 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1} = \frac{130\,000 \text{ m}}{3600 \text{ s}}$ soit environ **36,1 m.s⁻¹**.
2. $3,5 \text{ m.s}^{-1}$ font $0,0035 \text{ km.s}^{-1}$ soit $0,0035 \times 3600 = \mathbf{12,6 \text{ km.h}^{-1}}$.
3. $35,6 \text{ g.cm}^{-3}$ font $0,0356 \text{ kg par centimètre cube}$ soit $0,0356 \times 10^6 = \mathbf{35600 \text{ kg.m}^{-3}}$.
4. On a $5 \text{ cL} = 0,05 \text{ L}$ ou encore $0,05 \text{ dm}^3$ soit 50 cm^3 .
 5 cL.s^{-1} font donc 50 cm^3 par seconde soit $50 \times 60 = \mathbf{3000 \text{ cm}^3.\text{min}^{-1}}$.

Exercice 18

Le volume de la piscine est $50 \times 20 \times 1,7 = 1700 \text{ m}^3$. Cela représente $1,7 \times 10^6 \text{ dm}^3$ soit $1,7 \times 10^6 \text{ L}$.

Le débit de la pompe est de $\frac{7500}{60} = 125 \text{ L} \cdot \text{min}^{-1}$. Pour remplir la piscine, il faudra donc $\frac{1,7 \times 10^6}{125} = 13600 \text{ min}$.

Cela représente **9 jours 10 heures 40 minutes**.

Exercice 19

Le volume du bassin est $5 \times 3 \times 2,5 = 37,5 \text{ m}^3$ soit 37500L.

Le bassin contient donc $35 \times 37500 = 1312500 \text{ g}$ de sel soit environ **1,3 tonnes de sel**.

Exercice 20

Vark doit parcourir $12523 \times 3,261 \text{ al}$ en 180×24 heures.

Sa vitesse doit donc être $\frac{12523 \times 3,261}{180 \times 24} \approx 9,5 \text{ al} \cdot \text{h}^{-1}$.