

## Exercices de 3<sup>ème</sup> – Chapitre 2 – Calcul littéral

### Énoncés

#### Exercice 1

Développer, réduire et ordonner les expressions suivantes :

$$A = 3(4x + 7) + 4(2x - 9)$$

$$B = 7x(2x - 5) - x(2x - 5)$$

$$C = (2x + 5)(3x + 7)$$

$$D = (2x - 5)(3x - 2)$$

#### Exercice 2

Développer, réduire et ordonner les expressions suivantes :

$$E = (2x + 3)(5x - 8) - (2x - 4)(5x - 1)$$

$$F = (5x - 2)(5x - 8) - (3x - 5)(x + 7)$$

$$G = 2(x + 7)(3 - 2x) + (5x - 2)(4x + 1)$$

#### Exercice 3

Développer, réduire et ordonner les expressions suivantes **sans étape de calcul** :

$$H = (x + 5)^2$$

$$I = (4x + 6)^2$$

$$J = (x - 5)^2$$

$$K = (3x - 7)^2$$

$$L = (y + 3)(y - 3)$$

$$M = (2x + 5)(2x - 5)$$

#### Exercice 4

Développer, réduire et ordonner les expressions suivantes :

$$N = \left(3x - \frac{2}{3}\right)^2$$

$$P = \left(\frac{5}{2} + \frac{1}{3}x\right)\left(\frac{1}{3}x - \frac{5}{2}\right)$$

$$Q = (x + 2)^2 - 6(3x - 5)^2$$

#### Exercice 5

a]  $(3x + \dots)^2 = \dots + \dots + 49$

b]  $(5x - \dots)^2 = \dots - \dots + 36$

c]  $(6x + \dots)(\dots - \dots) = \dots - 64$

d]  $(\dots + \dots)^2 = \dots + 70x + 25$

e]  $(\dots - \dots)^2 = 16x^2 - 72x + \dots$

#### Exercice 6

1. Écrire comment effectuer mentalement les calculs suivants à l'aide des identités remarquables.

a]  $103^2$

b]  $98^2$

c]  $401 \times 399$

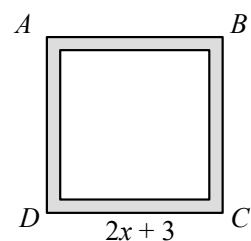
2. Calculer la valeur de  $100001^2$  puis vérifier le résultat à l'aide de la calculatrice. Que remarque-t-on ?

#### Exercice 7

Sur la figure ci-contre, le carré  $ABCD$  a pour côté  $(2x + 3)$  centimètres.

Afin d'obtenir une bande de 1 cm de large, on découpe un petit carré à l'intérieur du grand carré.

Exprimer l'aire de la bande grise en fonction de  $x$ .



**Exercice 8**

Factoriser les expressions suivantes :

$$A = (x + 2)(2x - 1) + (x + 2)(3x + 2) \quad B = (3x + 7)(2x - 9) - (3x + 7)(5x - 7) \quad C = (8y + 3)(5y + 7) - 3(8y + 3)(2y - 1)$$

**Exercice 9**

Factoriser les expressions suivantes :

$$\begin{aligned} D &= (2x + 3)^2 + (x - 2)(2x + 3) & F &= 2y^2 - y(4y - 7) \\ E &= (2t - 7) - (5t + 1)(2t - 7) & G &= (2t - 5)^2 + (2t - 5)(x - 1) + 2t - 5 \end{aligned}$$

**Exercice 10**

Factoriser les expressions suivantes :

$$I = 25x^2 - 36 \quad J = (3 - 2x)^2 - 4 \quad K = (x - 4)^2 - (2x - 1)^2$$

**Exercice 11**

On a le programme de calcul suivant :

- Choisir un nombre entier  $n$ .
- Mettre  $n$  au carré. Prendre le double du résultat.
- Soustraire au résultat précédent le produit de  $n$  par l'entier qui le suit.

Compléter cette phrase : "Ce programme revient à multiplier un nombre par ..."

**Exercice 12**

Résoudre les équations suivantes :

$$\begin{aligned} \text{a]} \quad -2(2x - 4) &= 6x - (-3 + x) & \text{b]} \quad 4x - 2 + (5x - 1) &= -3(7 - x) & \text{c]} \quad \frac{x+5}{2} - \frac{2x-7}{5} &= 2 + \frac{3x}{10} \end{aligned}$$

**Exercice 13**

Résoudre les équations suivantes :

$$\begin{aligned} \text{d]} \quad (3x + 7)(4x - 8) &= 0 & \text{e]} \quad 5(9x - 3)(-5x - 13) &= 0 & \text{f]} \quad (9x - 4)(-2 + 5x) - (9x - 4)(3x - 5) &= 0 \end{aligned}$$

**Exercice 14**

Résoudre les équations suivantes :

$$\begin{aligned} \text{g]} \quad 4(2 + 3x) - (x - 5) &= 0 & \text{h]} \quad 50x^2 &= 8 & \text{i]} \quad 4x^2 + 4x &= -1 \end{aligned}$$

**Exercice 15**

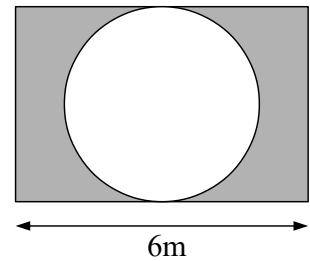
1. **a]** Développer et réduire  $A = (x + 1)^2 - (x - 1)^2$   
**b]** En déduire le résultat de  $10001^2 - 9999^2$
2. Chercher un moyen permettant de calculer  $9997^2 - 9999 \times 9998$  sans avoir à poser d'opération.

**Exercice 16**

1. Déterminer les nombres dont le double est égal au triple du carré.
2. On sait que la somme des carrés de deux nombres positifs est égale à 34 et que le produit de ces deux nombres vaut 15. Calculer la somme de ces deux nombres.

**Exercice 17**

Un disque de rayon non nul est tangent à deux côtés opposés d'un rectangle de longueur 6m. Calculer le rayon du disque pour que son aire soit égale à l'aire grise.



**Exercice 18**

Un triangle  $ABC$  est tel que  $AB=6$  cm ;  $AC=x$  cm et  $BC= x + 3$  cm.

Déterminer la valeur que doit prendre  $x$  pour que  $ABC$  soit rectangle en  $A$ .

**Exercice 19**

1. Factoriser  $4x^2 - 12x + 9$ .
2. Factoriser  $(2x - 3)^2 - 4$ .
3. En déduire une factorisation de  $4x^2 - 12x + 5$ .

**Exercice 20**

On a  $A = (3 - x)^2 - (3 - x)(5 + x) + 5(9 - x^2)$

1. Développer  $A$ .
2. Factoriser  $A$ .
3. En choisissant la forme de  $A$  la plus adaptée, résoudre ces équations :  
**a]**  $A = 0$   
**b]**  $A = 39$

## Corrigés

## Exercice 1

$$A = 3(4x + 7) + 4(2x - 9)$$

$$A = 12x + 21 + 8x - 36$$

$$A = 20x - 15$$

$$B = 7x(2x - 5) - x(2x - 5)$$

$$B = 14x^2 - 35x - 2x^2 + 5x$$

$$B = 12x^2 - 30x$$

$$C = (2x + 5)(3x + 7)$$

$$C = 6x^2 + 14x + 15x + 35$$

$$C = 6x^2 + 29x + 35$$

$$D = (2x - 5)(3x - 2)$$

$$D = 6x^2 - 4x - 15x + 10$$

$$D = 6x^2 - 19x + 10$$

## Exercice 2

$$E = (2x + 3)(5x - 8) - (2x - 4)(5x - 1)$$

$$E = 10x^2 - 16x + 15x - 24 - 10x^2 + 2x + 20x - 4$$

$$E = 21x - 28$$

$$F = (5x - 2)(5x - 8) - (3x - 5)(x + 7)$$

$$F = 25x^2 - 40x - 10x + 16 - 3x^2 - 21x + 5x + 35$$

$$F = 22x^2 - 66x + 51$$

$$G = 2(x + 7)(3 - 2x) + (5x - 2)(4x + 1)$$

$$G = 2(3x - 2x^2 + 21 - 14x) + 20x^2 + 5x - 8x - 2$$

$$G = 6x - 4x^2 + 42 - 28x + 20x^2 + 5x - 8x - 2$$

$$G = 16x^2 - 25x + 40$$

## Exercice 3

$$H = (x + 5)^2$$

$$H = x^2 + 10x + 25$$

$$J = (x - 5)^2$$

$$J = x^2 - 10x + 25$$

$$L = (y + 3)(y - 3)$$

$$L = y^2 - 9$$

$$I = (4x + 6)^2$$

$$I = 16x^2 + 48x + 36$$

$$K = (3x - 7)^2$$

$$K = 9x^2 - 42x + 49$$

$$M = (2x + 5)(2x - 5)$$

$$M = 4x^2 - 25$$

## Exercice 4

$$N = \left(3x - \frac{2}{3}\right)^2$$

$$N = 9x^2 - 4x + \frac{4}{9}$$

$$P = \left(\frac{5}{2} + \frac{1}{3}x\right)\left(\frac{1}{3}x - \frac{5}{2}\right)$$

$$P = \frac{x^2}{9} - \frac{25}{4}$$

$$Q = (x + 2)^2 - 6(3x - 5)^2$$

$$Q = x^2 + 4x + 4 - 6(9x^2 - 30x + 25)$$

$$Q = x^2 + 4x + 4 - 54x^2 + 180x - 150$$

$$Q = -53x^2 + 184x - 146$$

## Exercice 5

$$a) \quad (3x + 7)^2 = 9x^2 + 42x + 49$$

$$b) \quad (5x - 6)^2 = 25x^2 - 60x + 36$$

$$c) \quad (6x + 8)(6x - 8) = 36x^2 - 64$$

$$d) \quad (7x + 5)^2 = 49x^2 + 70x + 25$$

$$e) \quad (4x - 9)^2 = 16x^2 - 72x + 81$$

## Exercice 6

$$1. \quad a) \quad 103^2 = (100 + 3)^2$$

$$103^2 = 10000 + 600 + 9$$

$$103^2 = 10609$$

$$b) \quad 98^2 = (100 - 2)^2$$

$$98^2 = 10000 - 400 + 4$$

$$98^2 = 9604$$

$$c) \quad 401 \times 399 = (400 + 1)(400 - 1)$$

$$401 \times 399 = 160000 - 1$$

$$401 \times 399 = 159999$$

$$2. \quad \text{On a} \quad 100001^2 = (10^5 + 1)^2$$

$$100001^2 = 10^{10} + 2 \times 10^5 + 1$$

$$100001^2 = 10000200001$$

Quand on tape ce calcul, la calculatrice donne  
10 000 200 000 , un résultat faux dû aux arrondis.

**Exercice 7**

**1ère façon :**

L'aire du carré  $ABCD$  vaut  $(2x + 3)^2 = 4x^2 + 12x + 9$ .

Le carré retiré a pour aire  $(2x + 1)^2 = 4x^2 + 4x + 1$ .

donc la bande grise a pour aire  $4x^2 + 12x + 9 - (4x^2 + 4x + 1)$  soit  $4x^2 + 12x + 9 - 4x^2 - 4x - 1$  donc  **$8x + 8$** .

**2ème façon :**

L'aire de la bande grise est  $(2x + 3)^2 - (2x + 1)^2 = (2x + 3 - 2x - 1) \times (2x + 3 + 2x + 1)$  soit  **$8x + 8$** .

**Exercice 8**

$$A = (x + 2)(2x - 1) + (x + 2)(3x + 2)$$

$$A = (x + 2)(2x - 1 + 3x + 2)$$

$$A = (x + 2)(5x + 1)$$

$$B = (3x + 7)(2x - 9) - (3x + 7)(5x - 7)$$

$$B = (3x + 7)(2x - 9 - 5x + 7)$$

$$B = (3x + 7)(-3x - 2)$$

$$C = (8y + 3)(5y + 7) - 3(8y + 3)(2y - 1)$$

$$C = (8y + 3)(5y + 7 - 6y + 3)$$

$$C = (8y + 3)(-y + 10)$$

**Exercice 9**

$$D = (2x + 3)^2 + (x - 2)(2x + 3)$$

$$D = (2x + 3)(2x + 3 + x - 2)$$

$$D = (2x + 3)(3x + 1)$$

$$F = 2y^2 - y(4y - 7)$$

$$F = y(2y - 4y + 7)$$

$$F = y(-2y + 7)$$

$$E = (2t - 7) - (5t + 1)(2t - 7)$$

$$E = (2t - 7)(1 - 5t - 1)$$

$$E = -5t(2t - 7)$$

$$I = (2t - 5)^2 + (2t - 5)(x - 1) + 2t - 5$$

$$I = (2t - 5)(2t - 5 + x - 1 + 1)$$

$$I = (2t - 5)(2t + x - 5)$$

$$I = (2t - 5)(2t + x - 5)$$

**Exercice 10**

$$I = 25x^2 - 36$$

$$I = (5x)^2 - 6^2$$

$$I = (5x - 6)(5x + 6)$$

$$J = (3 - 2x)^2 - 4$$

$$J = (3 - 2x - 2)(3 - 2x + 2)$$

$$J = (1 - 2x)(5 - 2x)$$

$$K = (x - 4)^2 - (2x - 1)^2$$

$$K = (x - 4 - 2x + 1)(x - 4 + 2x - 1)$$

$$K = (-x - 3)(3x - 5)$$

**Exercice 11**

Le programme revient à calculer :  $2 \times n^2 - n \times (n + 1)$  soit, en développant :  $2n^2 - n^2 - n = n^2 - n$  puis, par factorisation :  $n(n - 1)$ .

Ce programme revient à multiplier un nombre par **celui qui le précède**.

**Exercice 12**

a]  $-2(2x - 4) = 6x - (-3 + x)$

$$-4x + 8 = 6x + 3 - x$$

$$-4x - 6x + x = 3 - 8$$

$$-9x = -5$$

$$x = \frac{5}{9}$$

La solution de l'équation est  $\frac{5}{9}$ .

b]  $4x - 2 + (5x - 1) = -3(7 - x)$

$$4x - 2 + 5x - 1 = -21 + 3x$$

$$4x - 3x + 5x = -21 + 2 + 1$$

$$6x = -18$$

$$x = -\frac{18}{6}$$

La solution de l'équation est  $(-3)$ .

c]  $\frac{x+5}{2} - \frac{2x-7}{5} = 2 + \frac{3x}{10}$

$$\frac{5 \times (x+5)}{10} - \frac{2 \times (2x-7)}{10} = \frac{20}{10} + \frac{3x}{10}$$

$$5 \times (x+5) - 2 \times (2x-7) = 20 + 3x$$

$$-2x = -19$$

La solution de l'équation est  $\frac{19}{2}$ .

**Exercice 13**

- d]  $(3x+7)(4x-8)=0$  On a  $3x+7=0$  ou  $4x-8=0$  donc l'ensemble des solutions de l'équation sont  $-\frac{7}{3}$  et 2.
- e]  $5(9x-3)(-5x-13)=0$  On a  $9x-3=0$  ou  $-5x-13=0$  donc l'ensemble des solutions de l'équation sont  $\frac{1}{3}$  et  $-\frac{13}{5}$ .
- f]  $(9x-4)(-2+5x)-(9x-4)(3x-5)=0$   
 $(9x-4)(-2+5x-3x+5)=0$   
 $(9x-4)(2x+3)=0$  On a  $9x-4=0$  ou  $2x+3=0$  donc l'ensemble des solutions de l'équation sont  $\frac{4}{9}$  et  $-\frac{3}{2}$ .

**Exercice 14**

- |  |   |   |
|--|---|---|
| <p>g] <math>4(2+3x)-(x-5)=0</math><br/> <math>8+12x-x+5=0</math><br/> <math>11x=-13</math></p> <p>La solution de l'équation est <math>-\frac{13}{11}</math>.</p> | <p>h] <math>50x^2=8</math><br/> <math>25x^2=4</math><br/> <math>25x^2-4=0</math><br/> <math>(5x-2)(5x+2)=0</math><br/> donc <math>5x-2=0</math> ou <math>5x+2=0</math></p> <p>Les solutions de l'équation sont <math>-\frac{2}{5}</math> et <math>\frac{2}{5}</math>.</p> | <p>i] <math>4x^2+4x=-1</math><br/> <math>4x^2+4x+1=0</math><br/> <math>(2x+1)^2=0</math><br/> <math>2x+1=0</math></p> <p>La solution de l'équation est <math>-\frac{1}{2}</math>.</p> |
|--|---|---|

**Exercice 15**

1. a]  $A=(x+1)^2-(x-1)^2$   
 $A=(x^2+2x+1)-(x^2-2x+1)$   
 $A=x^2+2x+1-x^2+2x-1$   
 $A=4x$
- b] Pour calculer  $10001^2-9999^2$  on pose  $x=10\,000$  et l'on reconnaît que  $10001^2-9999^2=(x+1)^2-(x-1)^2$   
D'après a] on a  $10001^2-9999^2=4x$  d'où  $10001^2-9999^2=40\,000$ .
2. En attendant de remplacer  $x$  par 10000, cherchons à simplifier l'écriture de :  
 $(x-3)^2-(x-1)(x-2)=x^2-6x+9-(x^2-2x-x+2)$   
 $=x^2-6x+9-x^2+2x+x-2$   
 $=-3x+7$

Pour calculer  $9997^2-9999 \times 9998$  il suffit alors de remplacer  $x$  par 10 000 dans  $(-3x+7)$ .

On a donc  $9997^2-9999 \times 9998 = -3 \times 10000 + 7$  d'où  $9997^2-9999 \times 9998 = -29993$ .

**Exercice 16**

1. Soit  $x$  un nombre dont le double est égal au triple du carré.

Cherchons  $x$  tel que  $2x=3x^2$   
 $2x-3x^2=0$   
 $x(2-3x)=0$

On a donc  $x=0$  ou  $2-3x=0$   
 $2=3x$   
 $x=\frac{2}{3}$

Les nombres dont le double est égal au triple du carré sont 0 et  $\frac{2}{3}$ .

## Exercices de 3<sup>ème</sup> – Chapitre 2 – Calcul littéral

2. Soient  $x$  et  $y$  deux nombres positifs tels que  $x^2 + y^2 = 34$  et  $xy = 15$ .

On a donc  $x^2 + 2xy + y^2 = 34 + 30$  On reconnaît une identité remarquable.

D'où  $(x + y)^2 = 64$

$$(x + y)^2 - 64 = 0$$

On reconnaît une autre identité remarquable.

$$(x + y - 8)(x + y + 8) = 0$$

On reconnaît une équation-produit.

On a donc  $x + y - 8 = 0$  ou  $x + y + 8 = 0$

Donc  $x + y = 8$  ou  $x + y = -8$

Comme  $x$  et  $y$  sont tous les deux positifs alors  $x + y$  est positif d'où  $x + y = 8$ .

### Exercice 17

Soit  $r$  le rayon du disque. L'aire du disque vaut  $\pi r^2$ .

La largeur du rectangle vaut  $2r$  donc son aire vaut  $2r \times 6 = 12r$ .

Cherchons  $r$  tel que  $\pi r^2 = 12r - \pi r^2$

$$2\pi r^2 - 12r = 0$$

$$r(2\pi r - 12) = 0$$

On a donc  $r = 0$  ou  $2\pi r - 12 = 0$

$$2\pi r = 12$$

$$r = \frac{12}{2\pi}$$

Comme le rayon du disque n'est pas nul alors **le rayon vaut  $\frac{6}{\pi}$  m.**

### Exercice 18

Pour que  $ABC$  soit rectangle en  $A$  il faut que :  $BC^2 = AB^2 + AC^2$

$$(x + 3)^2 = 6^2 + x^2$$

$$x^2 + 6x + 9 = 36 + x^2$$

$$6x = 27$$

$$x = \frac{27}{6}$$

$$x = \frac{9}{2}$$

Pour que  $ABC$  soit rectangle en  $A$  il faut que  $x = 4,5$  cm.

### Exercice 19

1. On a  $4x^2 - 12x + 9 = (2x - 3)^2$ .

2. On a  $(2x - 3)^2 - 4 = (2x - 3 - 2)(2x - 3 + 2)$   
 $= (2x - 5)(2x - 1)$

3. On a  $4x^2 - 12x + 5 = 4x^2 - 12x + 9 - 4$   
 $= (2x - 3)^2 - 4$   
 $= (2x - 5)(2x - 1)$

## Exercice 20

$$\begin{aligned}
 1. \quad A &= (3-x)^2 - (3-x)(5+x) + 5(9-x^2) \\
 &= 9 - 6x + x^2 - (15 + 3x - 5x - x^2) + 45 - 5x^2 \\
 &= 9 - 6x + x^2 - 15 - 3x + 5x + x^2 + 45 - 5x^2
 \end{aligned}$$

$$\text{d'où } A = -3x^2 - 4x + 39$$

$$\begin{aligned}
 2. \quad \text{On a } A &= (3-x)(3-x) - (3-x)(5+x) + 5(3-x)(3+x) \\
 \text{donc } A &= (3-x)[(3-x) - (5+x) + 5(3+x)] \\
 &= (3-x)[3-x-5-x+15+5x]
 \end{aligned}$$

$$\text{d'où } A = (3-x)(13+3x)$$

$$\begin{aligned}
 3. \quad \text{a] Résolvons } A &= 0 \\
 \text{soit } (3-x)(13+3x) &= 0 \quad \text{On reconnaît une équation-produit.} \\
 \text{donc } 3-x &= 0 \quad \text{ou} \quad 13+3x = 0
 \end{aligned}$$

$$\text{Les solutions de } A = 0 \text{ sont } -\frac{13}{3} \text{ et } 3.$$

$$\begin{aligned}
 \text{b] Résolvons } A &= 39 \\
 \text{soit } -3x^2 - 4x + 39 &= 39 \\
 -3x^2 - 4x &= 0 \\
 x(-3x - 4) &= 0
 \end{aligned}$$

$$\text{Les solutions de } A = 39 \text{ sont } -\frac{4}{3} \text{ et } 0.$$